ORSAY
Série A
N° d'ordre
746

THESE

PRESENTEE

A LA FACULTE DES SCIENCES D'ORSAY
UNIVERSITE DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ES-SCIENCES

par

Claude LEWIN

REACTIONS A TROIS PARTICULES SECONDAIRES DANS LES INTERACTIONS $\pi^{\pm}$p A 11 GeV/c

Soutenue le 24 février 1971, devant la Commission d'Examen

M.	A. BERTHELOT	Président
Mme	A. DAUDIN	
MM.	J.C. BIZOT	Examinateurs
	M. FROISSART	

ORSAY
Série A
N° d'ordre
746

THESE

PRESENTEE

A LA FACULTE DES SCIENCES D'ORSAY
UNIVERSITE DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ES-SCIENCES

par

Claude LEWIN

REACTIONS A TROIS PARTICULES SECONDAIRES DANS LES INTERACTIONS $\pi^{\pm}$p A 11 GeV/c

Soutenue le 24 février 1971, devant la Commission d'Examen

M.	A.	BERTHELOT	Président
Mme	A.	DAUDIN	
MM.	J.C.	BIZOT	Examinateurs
	M.	FROISSART	

UNIV.
LEIDEN

Je remercie Monsieur le Professeur A. BERTHELOT qui m'a accueilli au Département de Physique des Particules Elémentaires et je lui exprime ma gratitude pour l'enseignement dont j'ai bénéficié.

Que Monsieur A. ROGOZINSKI trouve ici l'expression de ma reconnaissance pour les nombreux encouragements qu'il m'a toujours prodigués.

Les expériences ont été réalisées au sein de la collaboration des laboratoires de Durham, Gênes, Hambourg, Milan et Saclay et mes remerciements vont à l'ensemble des physiciens de cette collaboration. En particulier je tiens à exprimer ma reconnaissance à Madame A. DAUDIN pour l'intérêt qu'elle a témoigné à ce travail et les nombreux conseils qu'elle m'a donnés.

Que Messieurs C. KOCHOWSKI, J. MALLET, J.F. LEFUR, P. DARONIAN, L. MOSCA et Mademoiselle M.L. FACCINI soient remerciés pour leur amicale contribution aux différentes parties de ce travail.

Je voudrais également témoigné ma reconnaissance à Messieurs J.P. DE BRION et A. DEREM pour leur participation à l'interprétation des résultats, et pour les nombreuses et fructueuses discussions que nous avons eues.

Les deux expériences n'ont pû être effectuées qu'avec le concours de nombreuses personnes que je ne saurais citer toutes.

Mes remerciements vont aux physiciens et techniciens qui ont assuré la bonne marche du Synchrotron à Protons du CERN, du faisceau et de la chambre à bulles de 2 mètres du CERN.

J'exprime ma reconnaissance à l'équipe de dépouillement et de mesure, et particulièrement Madame M. ULMA qui s'est acquittée avec une souriante efficacité de la lourde tâche du passage des événements au HPD.

C'est avec plaisir que je remercie Madame O. LEBEY, ainsi que Madame G. MURAT et Mademoiselle J. DURAND qui ont assuré la présentation du texte et des figures avec compétence et amabilité.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION page 1

A/ TRAITEMENT DES EVENEMENTS A DEUX BRANCHES ET DETERMINATION DES SECTIONS EFFICACES 3

I - TRAITEMENT DES DONNEES 3

1°) Acquisition des clichés 3

2°) Dépouillement des clichés 4

3°) Mesure des événements 5

3-1 Prémesure 5

3-2 Mesure au HPD 6

3-3 Filtrage des données obtenues 7

4°) Géométrie et cinématique 7

5°) Causes de rejets dans les mesures au HPD 10

6°) Analyse des résultats à la sortie du programme de cinématique 12

7°) Réestimation de l'impulsion incidente. 14

II - DETERMINATION DES SECTIONS EFFICACES 17

1°) Description des problèmes rencontrés 17

2°) Critères de répartition des événements ambigus et classification définitive 20

- Réactions $\pi^{\pm}p \rightarrow \pi^{\pm}p$ 20

- Réactions $\pi^{\pm}p \rightarrow \pi^{\pm}p\pi^{\circ}$ (2) et $\pi^{\pm}p \rightarrow n\pi^{\pm}\pi^{+}$ (3) 21

- Evénements à plusieurs particules neutres 27

3°) Estimation des pertes d'événements au dépouillement 27

4°) Tableau de valeurs des sections efficaces 30

5°) Variation des sections efficaces avec l'impulsion incidente. 32

B/ ETUDE DE CERTAINES REACTIONS A DEUX BRANCHES 33

Introduction 33

I - ETUDE DE LA REACTION $\pi^+p \to \pi^+p\pi^\circ$ 34

1°) Caractères généraux 34

2°) Etude de la réaction à quasi deux corps $\pi^+p \to \pi^\circ\Delta^{++}$ 40

a) contamination par la réaction $pp \to n\Delta^{++}(1236)$ 40

b) Détermination de la masse, de la largeur et de la section efficace de l'isobare Δ^{++} 43

c) Section efficace différentielle de l'isobare 45

d) Détermination des éléments de la matrice densité 48

3°) Interprétations théoriques des résultats de la réaction $\pi^+p \to \pi^\circ\Delta^{++}$ 51

a) Modèle de Stodolski et Sakuraï 52

b) Production de l'isobare par échange de ρ avec corrections d'absorption 54

c) Hypothèse d'additivité du modèle des quarks 54

d) Modèle des pôles de Regge 55

α) Contribution des résultats de 11,6 GeV/c à l'étude de la trajectoire effective 57

β) Détermination des paramètres des résidus. Utilisation des données de plusieurs expériences 60

γ) Discussion des résultats 64

e) Test de Thews et Ringland 70

4°) Etude de la réaction à quasi deux corps $\pi^+p \to \rho^+p$

a) Résultats expérimentaux 72

b) Application du formalisme d'Ader, Capdeville et Salin 75

5°) Etude du spectre de masse $p\pi^\circ$. Application du modèle multiregge. 77

II - ETUDE DE LA REACTION $\pi^-p \to n\pi^+\pi^-$ 81

1°) Caractères généraux

2°) Etude des résonances dipioniques 81

a) Détermination des masses. des largeurs et des sections efficaces des résonances ρ°, f° et g° 81

b) Sections efficaces différentielles 87

c) Distributions angulaires des angles de Jackson 89

d) Eléments de la matrice densité du ρ^0 95

3°) Interprétations théoriques des résultats de la réaction $\pi^- p \to n\rho^0$ 96

a) Modèle d'échange de pion avec corrections d'absorption 96

b) Modèle des pôles de Regge 97

c) Modèle des pôles de Regge avec corrections d'absorption 102

4°) Spectres de masse baryoniques. Application du modèle de Walker à l'étude du spectre de masse $n\pi^+$. 103

III - ETUDE DE LA REACTION $\pi^- p \to p\pi^-\pi^0$ 106

1°) Caractères généraux 106

2°) Résonances bosoniques ρ^- et g^- 111

- Sections efficaces du ρ^- et du g^-. Tableau récapitulatif des valeurs trouvées pour le ρ et le g dans les trois états de charge. 111

- Section efficace différentielle du ρ^- 112

- Distributions angulaires des angles de Jackson 113

- Eléments de la matrice densité du ρ^- 114

- Application du formalisme d'Ader, Capdeville et Salin 114

3°) Spectres de masse baryoniques 117

CONCLUSION 118

APPENDICE 120

REFERENCES 123

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41543511_0026

INTRODUCTION

Ce travail est consacré à l'étude des résultats expérimentaux des réactions à deux et trois particules secondaires dans les expériences en π^+p et π^-p à des impulsions incidentes voisines de 11 GeV/c. On a étudié plus particulièrement les trois réactions $\pi^+p \to \pi^+p\pi^\circ$, $\pi^-p \to \pi^-\pi^+n$ et $\pi^-p \to \pi^-p\pi^\circ$ et dans celles-ci, les canaux à quasi-deux corps $\pi^+p \to \pi^\circ\Delta^{++}$, $\pi^-p \to \rho^\circ n$ et $\pi^\pm p \to \rho^\pm p$. La comparaison du modèle de Regge aux données de la réaction inélastique $\pi^+p \to \pi^\circ\Delta^{++}$ a été effectuée. Pour ceci il a été utilisé outre nos résultats, des données expérimentales couvrant un large domaine d'impulsion compris entre 2,67 et 11,6 GeV/c.

Le plan du travail est divisé comme suit :

- Dans une première partie est faite une description du traitement des événements qui, en π^+ , ont été mesurés principalement au HPD.

Excepté pour les réactions $\pi^\pm p \to \pi^\pm p$, on dispose d'une contrainte pour ajuster les quantités cinématiques de chaque événement ; la séparation des différentes solutions possibles d'une même interaction, qui doit être faite avec précaution, est analysée. On donne enfin un tableau des valeurs des sections efficaces, ainsi que leur variation avec l'impulsion incidente.

Dans une seconde partie, on présente les résultats expérimentaux concernant les réactions suivantes $\pi^\pm p \to \pi^\pm p$, $\pi^\pm p \to \pi^\pm p\pi^\circ$ et $\pi^-p \to \pi^-\pi^+n$. Ces résultats portent sur :

1°) Les principales résonances observées, c'est à dire l'isobare $\Delta^{++}(1236)$, le $\rho(765)$ dans les trois états de charge, le $f^{\circ}(1260)$ et les accumulations d'événements à caractére diffractif dans les spectres de masse $p\pi^{\circ}$ et $n\pi^{+}$.

2°) Les réactions à quasi-deux corps dont on détermine les sections efficaces totales et différentielles, ainsi que certaines distributions angulaires liées à la désintégration de la résonance ; les éléments de la matrice densité au vertex de désintégration sont en outre calculés.

Ces résultats sont comparés avec les prédictions de certains modèles théoriques. On examine en ce qui concerne la production de l'isobare Δ^{++} , l'hypothèse de la dominance du couplage dipolaire magnétique M_1 au vertex $p\rho\Delta$. Les prédictions de cette hypothèse, outre leur intérêt propre, présentent l'avantage d'être équivalentes à certaines prédictions du modèle des quarks. Elles peuvent en outre être formulées dans le contexte d'un modèle d'échange du type "graphe de Feynman" (modèle de Stodolski-Sakuraï), ou dans celui d'un modèle de Regge.

Le modèle de Regge est appliqué aux données de la réaction $\pi^{+}p \to \pi^{\circ}\Delta^{++}$ à plusieurs énergies ; la comparaison est faite dans le cas général d'une part, et en introduisant l'hypothèse de la dominance du couplage M_1 d'autre part. Ce modèle est également appliqué à la réaction $\pi^{-}p \to \rho^{\circ}n$.

TRAITEMENT DES EVENEMENTS A DEUX BRANCHES ET DETERMINATION DES SECTIONS EFFICACES

I - TRAITEMENT DES DONNEES

Cette partie du travail est consacrée à l'obtention des données et à la description des phases successives de leur traitement, depuis le dépouillement des événements jusqu'à l'acquisition des résultats physiques.

1°) Acquisition des clichés

Deux prises de clichés en chambre à bulles, la première en pions négatifs à 11.1 GeV/c, la seconde en pions positifs à 11,6 GeV/c ont été effectuées au synchrotron à protons du CERN, dans le cadre d'une collaboration entre les laboratoires de Durham, Gênes, Hambourg, Milan et Saclay.

Pour la première expérience, 175 000 photographies ont été prises ; 100 000 d'entre elles provenaient de la chambre britannique de 1,50 mètre , les 75 000 restantes de la chambre de 2 mètres du CERN.

L'élimination des particules parasites du faisceau était effectuée par deux séparateurs électrostatiques. La contamination en antiprotons et en kaons négatifs après la séparation était pratiquement négligeable, inférieure globalement à 2 %.

Dans la seconde expérience, 200 000 clichés ont été pris dans la chambre de 2 mètres, en deux fractions de 100 000 clichés chacune. Les protons incidents qui constituent la source principale de contamination étaient éliminés ici à l'aide de deux cavités à radiofréquence [1]. Bien que ce procédé ne permette pas de rejeter

simultanément les autres types de particules parasites, leur pourcentage était néanmoins très peu élevé ; celui de kaons positifs était d'environ 5°/oo , celui de deutérons de l'ordre de 1 à 2 %.

Enfin la contamination en muons et en électrons, qui ne peut être réduite par l'une ou l'autre de ces méthodes était d'environ 4 % dans chaque expérience.

2°) Dépouillement des clichés

Le dépouillement consiste à relever toutes les interactions ayant une configuration donnée, se trouvant à l'intérieur d'un certain volume. C'est ainsi que sont relevés les événements ayant de zéro à dix particules diffusées chargées ; pour chacun d'eux, un certain nombre d'informations supplémentaires telles qu'une trace à l'arrêt, une désintégration pion → muon → électron, une paire de Dalitz, une étoile de neutron (à trois branches et plus) sont notées. L'ionisation des traces secondaires est systématiquement estimée.

Quant au volume, il est choisi de telle façon que la longueur des traces diffusées soit suffisamment grande pour que la mesure puisse être faite avec précision. Dans la chambre de 2 mètres on a pris comme limite du volume, par rapport au centre géométrique $-70 < X < +10$ cm dans le sens de la longueur, et $-20 < Y < +20$ cm dans le sens de la hauteur.

Le dépouillement des événements à deux branches est compliqué par le fait qu'un certain nombre d'entre eux sont peu visibles. C'est le cas lorsqu'une des traces est diffusée pratiquement dans la direction de l'incidente et se trouve au minimum d'ionisation, tandis que la seconde a un très faible parcours, parfois inférieur au millimètre. Le pourcentage d'événements perdus est par suite plus élevé que pour les autres types d'interaction. C'est ce qu'on constate en étudiant l'efficacité du dépouillement qui est déterminé en examinant deux fois un certain nombre de films. Soit n_1 le nombre d'événements trouvés au premier dépouillement, n_2 celui trouvé au second et n_{12} le nombre d'événements communs ; si on fait l'approximation

que les événements trouvés sont, dans tous les cas, de bons événements, l'efficacité est donnée par $E = \frac{n_{12}}{n_2}$. Elle est de 93 % pour les deux branches, dans les deux expériences. A titre indicatif, on rappelle qu'elle est de l'ordre de 98 % en moyenne, pour les interactions à 4 et 6 branches.

3°) Mesure des événements

Dans le cas des pions incidents négatifs, les événements ont été mesurés à Saclay sur des appareils classiques de type ENETRA utilisant un système optique à projection centrale. La description de la mesure et de l'ensemble des programmes utilisés pour le traitement des données est faite en [2].

En pions incidents positifs, la mesure est effectuée par une méthode semi-automatique à l'aide d'un appareil du type HPD (Hough Powell Digitizer). On décrira dans ce qui va suivre les étapes successives du traitement.

3-1 La prémesure

Cette opération, indispensable actuellement pour la mesure, à pour but de localiser l'événement et certaines marques fiducielles de référence sur la photographie. Elle est effectuée sur les tables de projection du type "CEFAL", en même temps que le dépouillement et porte sur les événements à deux et quatre branches. Ces tables sont munies d'un système de repérage des coordonnées suivi d'un ensemble électronique d'enregistrement permettant de relever les coordonnées sur cartes perforées. La précision des tables, de dix microns sur le film, est très suffisante pour la prémesure ; par contre leur grandissement élevé, approximativement de 15, s'il permet de faire le dépouillement dans de bonnes conditions, ralentit notablement la prémesure.

La prémesure consiste, pour chaque vue, à relever trois points (dont l'apex) sur chaque trace de l'événement, ainsi que trois

marques fiducielles choisies convenablement. Lorsque c'est possible on utilise les caméras qui voient l'événement sous la plus faible inclinaison.

Outre les coordonnées, on note un certain nombre de constantes caractérisant l'événement : le numéro du film, du cliché, de la vue, le type de l'événement (à deux ou quatre branches), ainsi que celui de la trace (trace à l'arrêt, ou sortant de la chambre).

Les données inscrites sur cartes perforées, sont reportées ensuite sur bandes magnétiques. Celles-ci sont traitées par un programme, "MIST", qui effectue principalement les opérations suivantes :

a) La construction d'un masque autour de l'événement, de façon à ne conserver au moment de la mesure que les informations au voisinage de celui-ci. Il permet en outre un filtrage ultérieur des informations recueillies à la mesure.

b) L'élimination d'une partie des mauvaises prémesures. Les fautes d'affichage ou de pointé peuvent dans certains cas être détectées ; l'événement est dans ce cas prémesuré une seconde fois.

c) Le calcul des coordonnées des points prémesurés dans un système orthogonal ; en effet les axes de coordonnées des tables définis par le système codé ne sont pas parfaitement perpendiculaires. Ce programme tient également compte des faibles variations du grandissement des tables, lorsqu'on passe d'une vue à l'autre.

3-2 Mesures au HPD

Les événements retenus sont ensuite "digitisés" au HPD. Cette opération dans son principe consiste à traduire les variations de luminosité de la photographie, en particulier celles dues aux traces de l'événement, sous forme d'impulsions électriques et à stocker les informations ainsi obtenues. L'ensemble formé par ces informations et leurs coordonnées constitue des digitisations. La description de l'appareil et des diverses phases de la mesure n'est pas exposée ici plus en détail et le lecteur pourra se reporter aux références [3].

3-3 Filtrage des données obtenues

Les résultats de mesure, écrits sur bandes magnétiques sont traités par un programme de filtrage qui détermine pour chaque trace de l'événement, une sélection de points utilisables par le programme de géométrie ; en outre, il reconstruit un certain nombre de marques fiducielles, dix par vue au maximum pour notre expérience.

Au HPD, les mesures se font successivement pour tous les clichés d'un même film ; les données relatives aux trois vues d'un événement sont donc dispersées et un dernier programme (INTER) permet de les regrouper.

4°) Géométrie et cinématique de l'événement

Le traitement des données est, à partir de ce moment, identique à celui des événements mesurés sur appareil manuel. Les informations recueillies à la mesure sont traitées par le programme "THRESH", permettant leur reconstruction dans l'espace, puis par "GRIND" qui effectue l'ajustement des données à la cinématique d'une réaction.

Pour l'expérience en π^- il a été utilisé les versions des programmes "THRESH" et "GRIND" tels qu'ils sont décrits dans la référence [2] et dans lesquelles le programme "THRESH" est "non dépendant de la masse". Pour l'expérience en π^+ une version plus élaborée dite "dépendant de la masse" a été utilisée.

Dans le "THRESH" "non dépendant de la masse", la reconstruction d'une trace est faite par l'ajustement d'une hélice circulaire. Aucune correction due aux variations du champ magnétique dans la chambre, ou au ralentissement des particules dans l'hydrogène n'y est apportée. Par suite de cette approximation, les calculs d'erreurs effectués par le programme "THRESH" pour l'événement reconstruit dans l'espace ne sont pas suffisamment précis. Or, il est important de bien estimer ces erreurs car elles interviennent en "GRIND", pour calculer la probabilité de l'ajustement cinématique. Pour cette raison, elles doivent être remplacées par des erreurs moyennes, dites erreurs "STANDARD",

dépendant de la longueur de la trace et de son angle de profondeur, ainsi que d'une erreur de pointé supposée constante. Il en résulte que la probabilité calculée de l'ajustement est moins précise : il n'est en effet pas simple d'estimer de façon sûre les erreurs "STANDARD".

La version "dépendant de la masse" est améliorée en ce qui concerne ces deux points. Une correction de ralentissement est introduite lorsque les traces sont de faible impulsion (inférieure à 2 GeV/c approximativement). La correction est faite en supposant successivement que la trace est un pion et un proton. Des coupures permettent de rejeter l'une ou l'autre de ces deux hypothèses, lorsque la qualité d'un ajustement est trop mauvaise par rapport à l'autre. En outre, dans certains cas comme celui d'une trace à l'arrêt, la correction de ralentissement n'est faite qu'une fois, avec l'hypothèse que la particule est un proton.

Enfin, à chaque fois que cette correction est effectuée, les erreurs "STANDARD" sont remplacées par les erreurs calculées en "THRESH".

Comparativement à celle utilisée en pions négatifs, la version du programme "THRESH" comporte deux autres modifications :

- Les coordonnées de l'apex ne sont plus déterminées seulement à partir de la mesure, mais aussi à partir de l'intersection des traces reconstruites dans l'espace. Cette amélioration est surtout intéressante dans le cas des mesures au HPD car lorsque l'angle entre deux traces est faible, l'apex (en projection sur chaque vue) n'est pas reconstruit par "FILTRE".

- Un sous programme "TRACK MATCH" permet la récupération de l'événement lorsque les mesures des traces sont interverties d'une vue à l'autre.

Il faut dire enfin que les constantes liées à la précision de mesure sont différentes suivant que les événements sont mesurés sur ENETRA ou sur HPD.

Afin de préciser comment ont été évaluées ces constantes, rappelons qu'en "GRIND" l'ajustement d'une hypothèse cinématique se fait par une méthode de moindres carrés, en minimisant une quantité appelée χ^2 . Celle-ci est fonction de l'écart du résultat de mesure par rapport aux lois de conservation d'énergie et d'impulsion relatives à cette hypothèse. La minimisation s'obtient en déformant légèrement la géométrie de l'événement à l'intérieur des erreurs.

Le terme

$$P(\chi^2) = \frac{1}{2^K \Gamma(K)} \int_{\chi_o^2}^{\infty} \chi^{2K-2} \, e^{-\frac{\chi^2}{2}} \, d\chi^2$$

dans lequel K est le nombre de contraintes*, est la probabilité pour que le χ^2 soit supérieur à χ_o^2. Lorsque les erreurs sont gaussiennes et correctement estimées, la distribution $P(\chi^2)$ est isotrope pour un ensemble d'événements satisfaisant à l'hypothèse considérée.

Pour obtenir des distributions de probabilités plates, il est presque toujours nécessaire de réestimer les erreurs ; celles-ci dépendent beaucoup des conditions de la prise de vue et du type d'appareil de mesures utilisé. A cette fin, elles doivent être multipliées par des facteurs C qu'on évalue après un premier passage d'un lot d'événements à travers "THRESH" et "GRIND". Ces facteurs sont différents suivant que les événements sont mesurés sur ENETRA ou sur HPD. Pour les 100 000 dernières photographies, on a introduit $C_{ENETRA} = 6$ microns et $C_{HPD} = 4$ microns dans le programme de géométrie. En "GRIND", des constantes similaires étaient $C'_{ENETRA} = 70$ microns et $C'_{HPD} = 50$ microns. Mis à part les valeurs de ces constantes, les versions de "THRESH" et "GRIND" utilisées pour les deux types de mesures sont identiques.

---

* Le nombre de contraintes ou de degrés de liberté est égal au nombre d'équations résultant des lois de conservation d'énergie et d'impulsion, moins le nombre de paramètres non mesurés.

5°) Causes de rejets dans les mesures au HPD

Au niveau de la mesure et de la sortie du programme FILTRE, les causes de rejets les plus importantes sont les suivantes :

a) Un certain nombre de photographies insuffisamment contrastées ne peuvent être digitisées correctement, Le nombre de digitisations par centimètre de trace sur le film qui est normalement d'une quinzaine devient très réduit (parfois deux ou trois digitisations). L'événement est alors éliminé au niveau du FILTRE.

Le HPD est assez sensible au contraste des clichés et dans certains cas, la mesure sur ENETRA peut être effectuée sans difficultés alors que la photographie ne peut être traitée au HPD.

b) Les photos trop sombres ou trop chargées en traces, bien qu'elles soient mesurées à vitesse réduite, entraînent parfois la saturation du système d'enregistrement des données, par suite d'un trop grand débit des informations.

c) Les mesures ont parfois été affectées d'une dérive en fonction du temps, des coefficients reliant les systèmes de coordonnées des balayages normal et anormal. Ceci se traduit par des erreurs dans la reconstruction des traces émises à grand angle azimutal. Dans ce cas l'événement a été remesuré au HPD une deuxième fois.

d) La reconstruction d'un point à l'arrêt pose certains problèmes. La position de ce point n'est connue qu'à une ligne de balayage près (soit 60 microns) dans la direction perpendiculaire à celle du balayage ; la précision est par suite moins bonne qu'en mesure manuelle. De plus, le programme "FILTRE" ne reconstruit pas le point d'arrêt lorsque la diffusion en bout de trace n'est pas négligeable. En effet ce programme construit une route de $\pm$ 50 microns de part et d'autre de la courbe ajustée sur les digitisations de la trace. Le point à l'arrêt se trouve parfois, par suite de la diffusion multiple, trop à l'extérieur de cette route et il n'est dans ce cas pas reconstruit. La seule information transmise en géométrie sur ce point provient alors de la prémesure.

e) Les traces très courtes, inférieures à 20 lignes de balayage, (soit 1,2 mm sur le film) et qui sont assez nombreuses pour les événements à deux branches, ne sont pas traitées en "FILTRE". Comme précédemment les seules informations transmises en "THRESH" sont les coordonnées des points prémesurés. Or on sait que la prémesure est d'une précision insuffisante, à cette énergie, pour être utilisée directement.

f) Les diffusions des traces secondaires ne sont pas prémesurées ; elles ne sont par conséquent pas traitées par "FILTRE".

Le tri des événements mal mesurés se fait au niveau de la sortie du programme de cinématique. Un événement est considéré comme mal mesuré dans les cas suivants :

- non reconstruction d'une ou plusieurs traces, sur deux vues au moins ;

- erreur trop grande sur un ou plusieurs des paramètres mesurés de chaque trace (c'est à dire sur la courbure, l'angle de profondeur et l'angle azimutal). L'erreur sur chaque paramètre ne doit pas excéder trois fois l'erreur "STANDARD" correspondante .

Pour faire le bilan, les événements appartenant aux catégories (a), (b) et (e) précédentes, c'est à dire provenant de clichés non exploitables ou ayant une trace à l'arrêt très courte n'ont pas été mesurés au HPD ; ils ont été mesurés directement sur ENETRA. Il en a été de même des événements à double diffusion (f) sauf lorsque la trace rediffusée était suffisamment longue pour que ses paramètres puissent être correctement estimés.

Tous les autres événements ont été mesurés au HPD une première fois et remesurés sur ENETRA en cas d'échec. Il n'y a pas eu d'événements remesurés au HPD une deuxième fois, sauf ceux appartenant à la catégorie (c).

Si on fait abstraction des événements (a), (b) et (e) le pourcentage d'échecs de la chaine de mesures semi-automatique est approximativement de 18 %.

6°) Analyse des résultats à la sortie du programme de cinématique.

A la sortie du programme "GRIND", on élimine non seulement les événements mal mesurés, mais aussi ceux qui sont en dehors d'un volume déterminé de la chambre. Enfin un classement préliminaire des hypothèses de cinématique est fait.

a) Les événements ne satisfaisant pas aux critères de sélection de la table I (dans l'expérience en π^+) sont considérés comme hors volume et rejetés*.

- Table I -

Coordonnées de l'apex (cm)	$-70 < X < +10$ $-15 < Y < +15$ $-33 < Z < -17$
Angle de profondeur (mrad)	$-17 < \gamma < +25$
Angle azimutal (mrad)	$3118 < \varphi < 3178$

b) Les événements mal mesurés, c'est à dire ne répondant pas aux critères de sélection définis au paragraphe précédent sont également rejetés et renvoyés à une mesure ultérieure.

c) Le tri des hypothèses de cinématique s'effectue de la façon suivante :

Dans chacune des expériences, les cinq hypothèses les plus importantes ont été introduites dans le programme "GRIND"

$$\pi^- p \rightarrow \begin{cases} \pi^- p & (1a) \\ \pi^- p\pi^\circ & (2a) \\ \pi^- \pi^+ n & (3a) \\ \pi^- p\pi^\circ x\pi^\circ & (4a) \\ \pi^- \pi^+ n\, x\pi^\circ & (5a) \end{cases} \quad x>0 \qquad \pi^+ p \rightarrow \begin{cases} \pi^+ p & (1b) \\ \pi^+ p\pi^\circ & (2b) \\ \pi^+ \pi^+ n & (3b) \\ \pi^+ p\pi^\circ x\pi^\circ & (4b) \\ \pi^+ \pi^+ n\, x\pi^\circ & (5b) \end{cases} \quad x>0$$

* En ce qui concerne l'expérience en π^- , des critères analogues sont donnés en [2].

Une hypothèse est retenue lorsqu'elle répond aux conditions ci-dessous :

- il existe un ajustement avec une probabilité $P(\chi^2)$ non négligeable (supérieure à 0,001). En outre, l'ionisation estimée de chaque trace doit être compatible avec l'ionisation calculée dans cette hypothèse ;

- les événements à plusieurs particules neutres (4) et (5) pour lesquels aucun ajustement n'est possible sont retenus (toujours après estimation de l'ionisation) lorsque le carré de la masse manquante MM^2 et l'erreur ΔMM^2 satisfont aux conditions définies ci-dessous :

SELECTION*	HYPOTHESE RETENUE	
$MM^2 + \Delta MM^2 > M^2(2\pi^o)$	$p\pi^-\pi^o x\pi^o$	$x > 0$
$MM^2 + 2\Delta MM^2 > M^2(2\pi^o)$	$p\pi^+\pi^o x\pi^o$	
$MM^2 + \Delta MM^2 > M^2(n+\pi^o)$	$n\pi^+\pi^- x\pi^o$	
$MM^2 + 2\Delta MM^2 > M^2(n+\pi^o)$	$n\pi^+\pi^+ x\pi^o$	

Si, d'après ces critères, un événement satisfait simultanément à plusieurs hypothèses, toutes les hypothèses possibles sont retenues.

Les opérations décrites en a), b) et c) sont effectuées par une méthode manuelle dans l'expérience en π^- et partiellement par programme dans celle en π^+. Plus précisément les tris définis en Table I et II ainsi que le rejet des mauvaises mesures se font d'une manière automatique, à l'aide du programme "SUMX" pour lequel une version particulière a été écrite. Bien qu'elle ne donne pas entière satisfaction et que certaines analyses des sorties de cinématique nécessitent un réexamen, il reste essentiellement aux personnes chargées de cette partie du travail à vérifier la compatibilité de l'hypothèse avec les critères d'ionisation. L'ionisation estimée au dépouillement n'étant pas transmise en "GRIND", aucune comparaison par programme entre celle-ci et l'ionisation calculée n'est en effet possible.

---

* Dans le cas des pions positifs, on a choisi deux fois l'erreur ΔMM^2 au lieu de une fois. Ceci permet de retenir un lot d'événements (4) et (5) plus important, en se réservant la possibilité de le réduire ultérieurement.

Le traitement des données s'achève par l'écriture des hypothèses cinématiques retenues sur bandes magnétiques (bandes dites "data summary tape" ou DST). Ce travail est exécuté par l'intermédiaire du programme "SLICE" suivi d'un deuxième programme qui créé une bande DST finale dont le format est identique à celui des autres laboratoires de la collaboration.

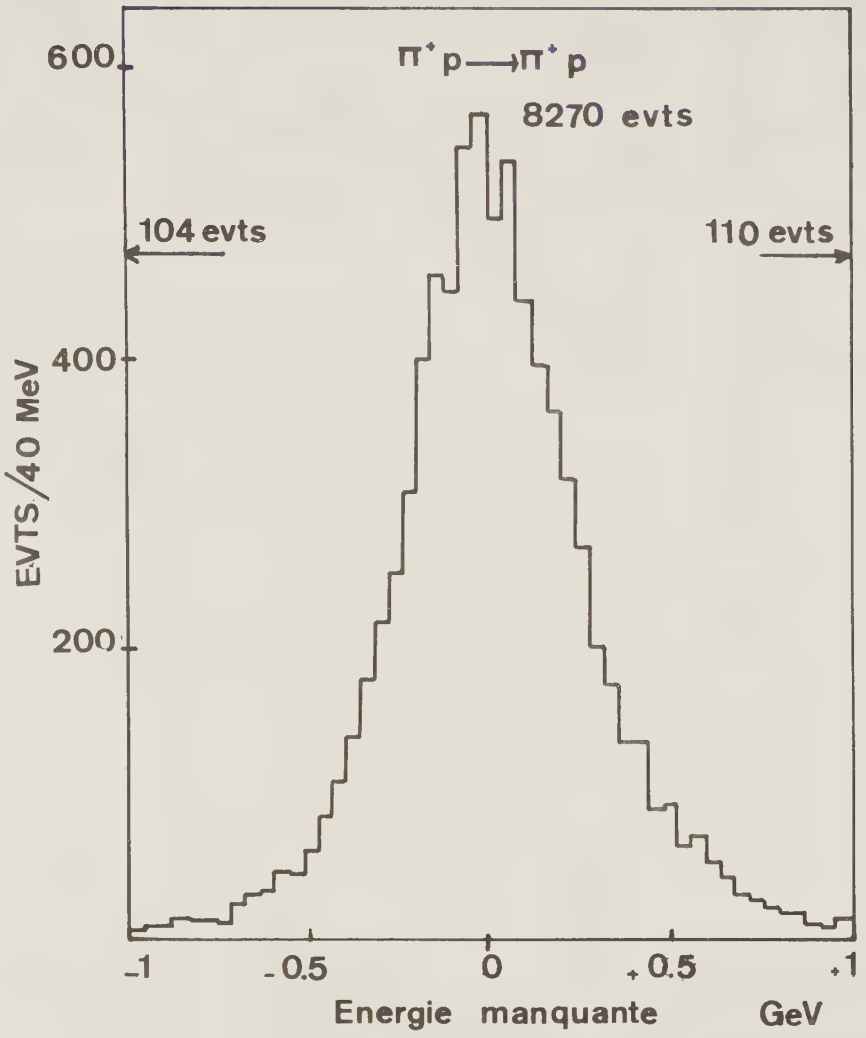
7°) Réévaluation de l'impulsion incidente

Afin de ne pas fausser la sélection des ajustements obtenus en "GRIND" il est important d'avoir une bonne détermination de l'impulsion incidente. La valeur évaluée au moment de la prise des clichés peut être quelque peu inexacte et de plus n'est pas absolument constante dans le temps. On la redétermine à l'aide des distributions en énergie manquante des événements à deux et quatre branches sans particule neutre secondaire. Un autre contrôle a été fait à l'aide d'ajustements à trois contraintes sur un lot de ces mêmes événements : dans ce type d'ajustement, la valeur de l'impulsion incidente est laissée comme paramètre libre. Elle est recalculée à partir des autres paramètres mesurés de l'événement.

En pions positifs, les résultats nous amènent à prendre comme impulsion incidente moyenne $p = 11{,}62 \pm 0{,}06$ GeV/c pour les deux tiers des 100 000 premiers clichés, et $p = 11{,}44 \pm 0{,}06$ GeV/c pour le dernier tiers. La valeur retenue pour le second lot de photographies est $p = 11{,}71 \pm 0{,}06$ GeV/c. On obtient une impulsion moyenne pour cette expérience de $11{,}61 \pm 0{,}14$ GeV/c.

En pions négatifs, les clichés de la chambre de 1,50 m ont été pris à une impulsion de $11 \pm 0{,}06$ GeV/c (42 % des événements) tandis que ceux pris sur la chambre de 2 mètres l'ont été à $11{,}16 \pm 0{,}06$ GeV/c (58 % des événements). L'impulsion moyenne est de $11{,}10 \pm 0{,}10$ GeV/c.

Les distributions de l'énergie manquante (fig. 1) et du carré de la masse manquante (fig. 2) pour les réactions $\pi^{\pm}p \to \pi^{\pm}p$ montrent que ce choix de valeurs est correct. Elles sont de largeur



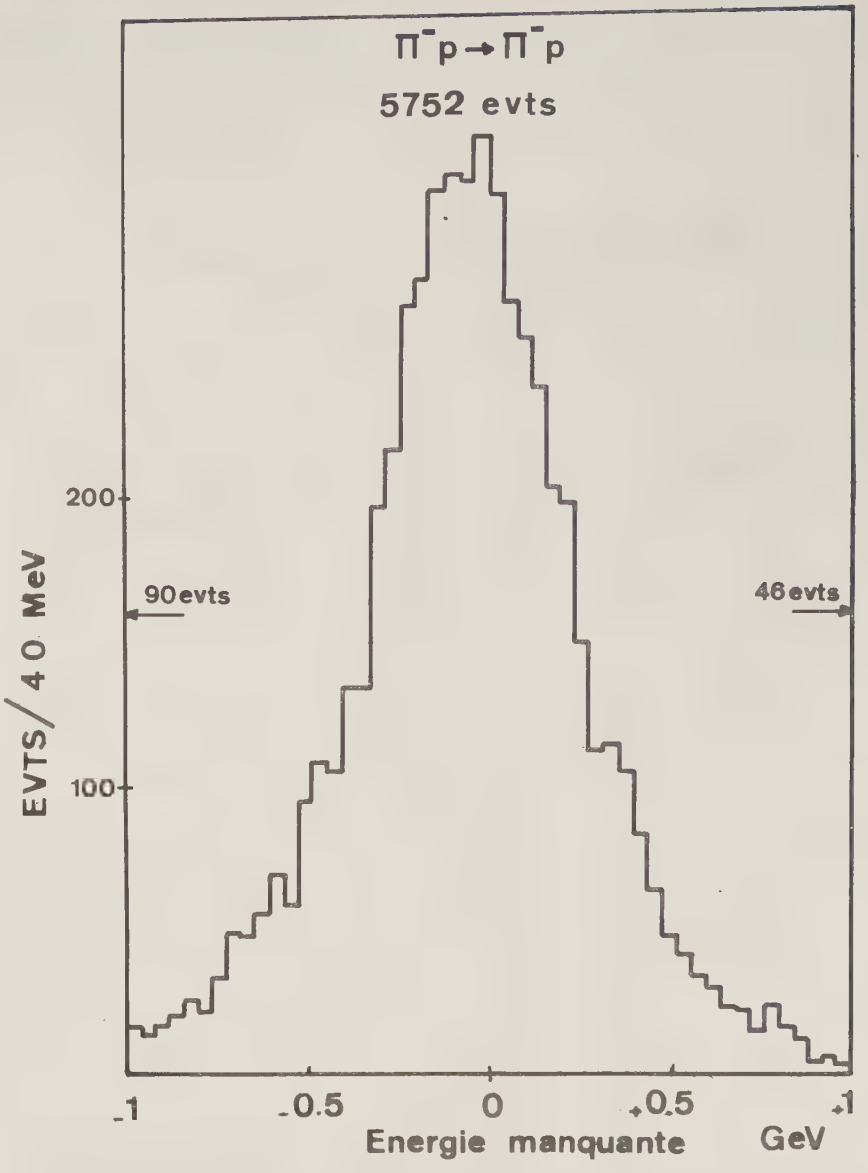


Fig. 1 : Distributions de l'énergie manquante avant ajustement
- pour l'interaction élastique $\pi^- p \rightarrow \pi^- p$
- pour l'interaction élastique $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p$

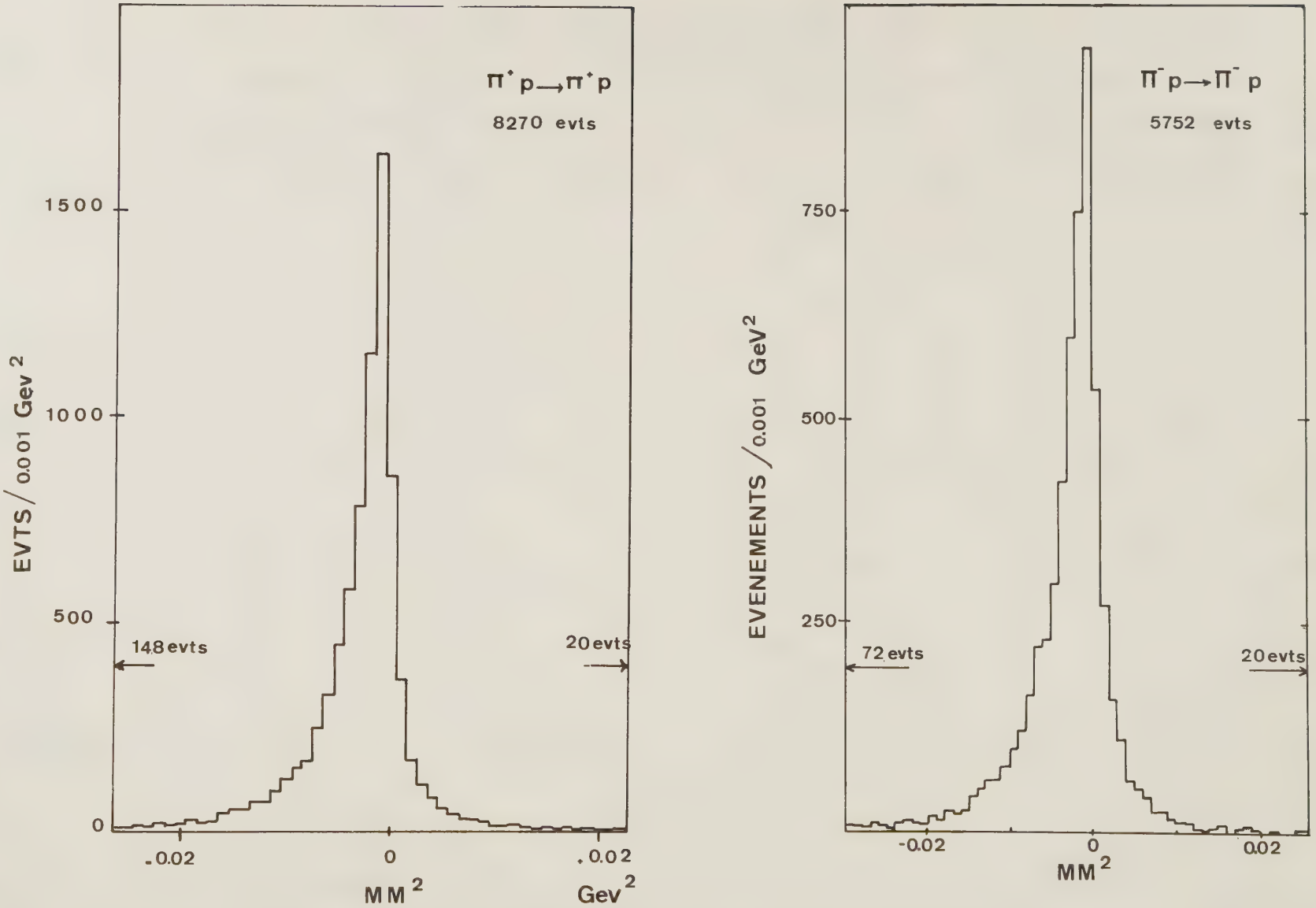


Fig. 2 : Distributions du carré de la masse manquante avant ajustement
- pour l'interaction élastique $\pi^- p \rightarrow \pi^- p$
- pour l'interaction élastique $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p$

raisonnable et, pour les deux premières, centrées sur zéro. D'autre part les distributions de probabilités $P(\chi^2)$ sont relativement plates (fig. 3) ce qui montre que le choix des constantes multiplicatives C définies au paragraphe A.I.4 est acceptable.

Enfin définissons la quantité suivante, appelée "PULL" :

$$p(\alpha) = \frac{\alpha_{AVF} - \alpha_{APF}}{\sqrt{(\Delta\alpha_{AVF})^2 - (\Delta\alpha_{APF})^2}}$$

dans laquelle α est un des trois paramètres mesurés $\frac{1}{\rho}$, λ et φ, $\Delta\alpha$ étant l'erreur correspondante; les indices AVF et APF se réfèrent respectivement aux paramètres avant et après l'ajustement. On prévoit (lorsque les erreurs sont gaussiennes) que les distributions de ces quantités doivent être centrées sur zéro et de largeur à mi-hauteur égale à l'unité. En figure 4 sont reportées les neuf distributions pour le lot d'événements élastiques mesurés à Saclay ; les deux conditions précédentes sont bien satisfaites dans l'ensemble.

II - DETERMINATION DES SECTIONS EFFICACES

1°) Description des problèmes rencontrés

Pour évaluer les sections efficaces des réactions étudiées il est nécessaire de définir aussi bien que possible les critères de répartition des événements dans chacune de ces réactions. Or si on se limite aux ajustements donnés par "GRIND" et aux tests d'ionisation, un grand nombre d'événements, à cette énergie, sont ambigus entre plusieurs hypothèses. C'est ce qu'on observe en examinant la table II * à double entrée qui porte sur une statistique partielle de la seconde expérience.

---

* Cette table se lit de la façon suivante : lorsqu'un événement est ambigu entre deux hypothèses, il est porté à l'intersection de la ligne et de la colonne correspondantes ; s'il est ambigu entre trois hypothèses ou plus, il est reporté autant de fois qu'il existe de combinaisons prises deux à deux.

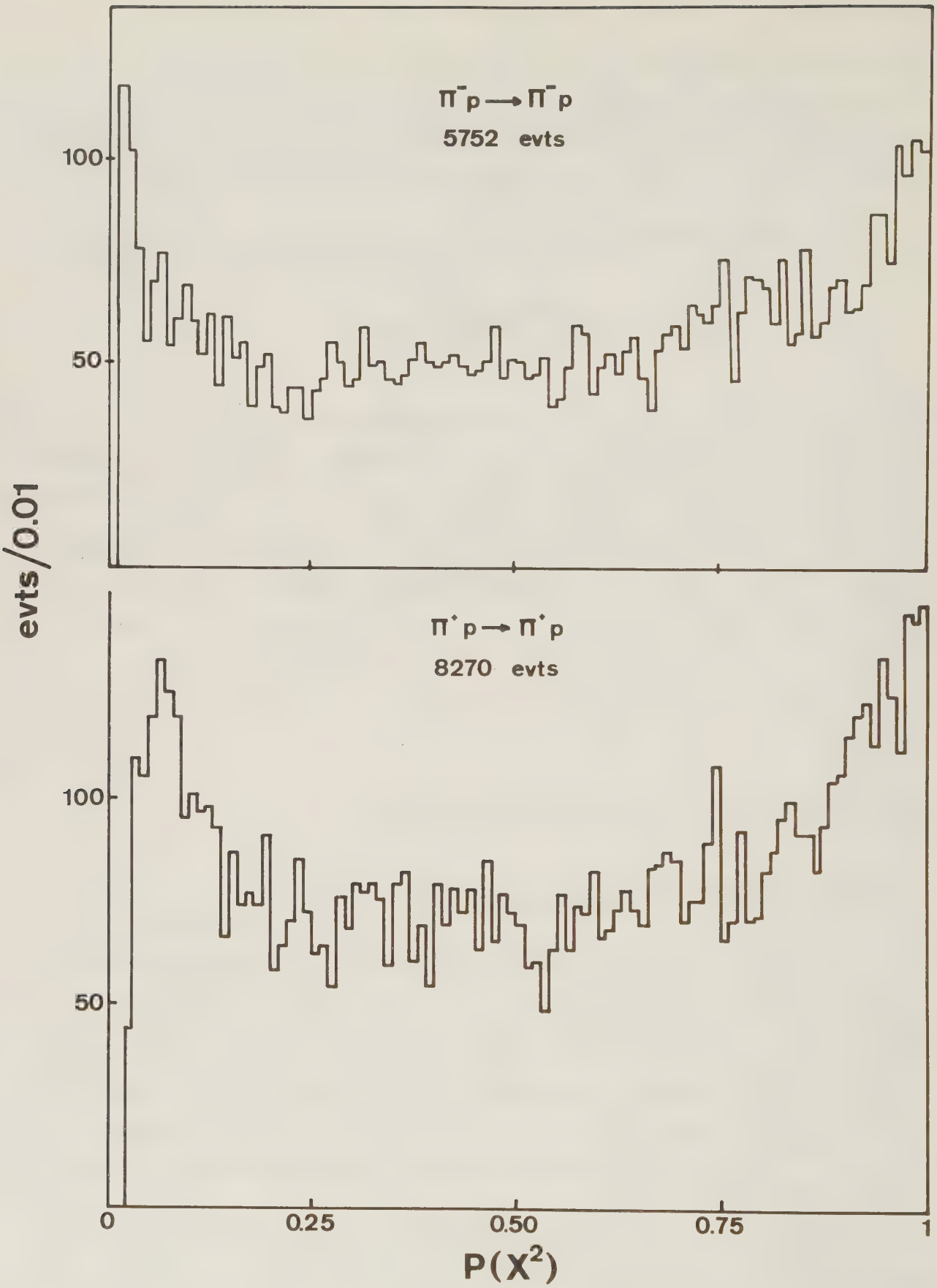


Fig. 3 : Distributions des probabilités du χ^2 pour les interactions élastiques $\pi^- p \to \pi^- p$ et $\pi^+ p \to \pi^+ p$.

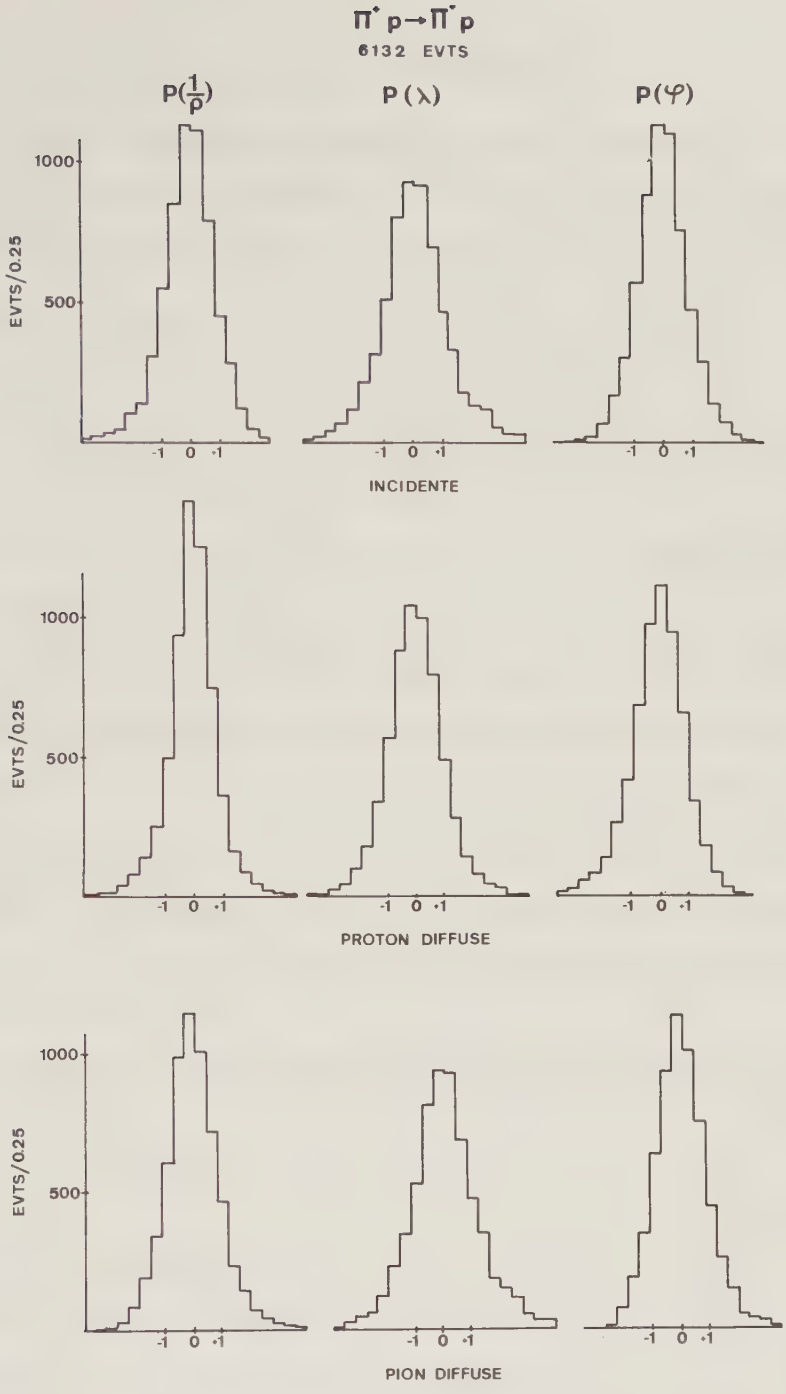


Fig. 4 : Distributions des "pulls" pour les événements de la réaction élastique $\pi^+p \to \pi^+p$ mesurés à Saclay (6132 evts). Ces distributions sont mises dans l'ordre suivant :

- trace incidente : "pull" de l'inverse du rayon de courbure, de l'angle de profondeur et de l'angle azimutal ;
- les trois mêmes quantités relatives au proton diffusé
- les trois quantités relatives au pion diffusé.

- Table II -

	π^+p	$\pi^+p\pi^\circ$	$n\pi^+\pi^+$	$\pi^+p\pi^\circ x\pi^\circ$	$n\pi^+\pi^+x\pi^\circ$	Evénements à hypothèse unique
π^+p	6	152	3	9	2	2756
$\pi^+p\pi^\circ$		31	98	919	102	201
$n\pi^+\pi^+$			-	107	397	56
$\pi^+p\pi^\circ x\pi^\circ$				186	1074	1652
$n\pi^+\pi^+x\pi^\circ$					-	1079

Cette proportion élevée d'ambigus fausse la sélection des canaux respectifs et rend imprécis le calcul des sections efficaces. Cependant, il existe des moyens de lever ces ambiguités dans la majorité des cas.

D'autre part, comme un certain nombre d'événements sont perdus au dépouillement, il est nécessaire de faire certaines corrections pour chacune des réactions.

2°) Critère de répartition des événements ambigus et classification définitive.

- Réactions $\pi^\pm p \to \pi^\pm p$

Les hypothèses élastiques ambigues avec un autre canal sont toujours retenues comme élastiques, les autres hypothèses étant éliminées. En effet, la sélection accidentelle d'un événement élastique est peu probable, par suite du nombre de contraintes élevé. En outre, les événements dont la probabilité du χ^2 est inférieure à 0,01 ne sont pas retenus, les distributions de probabilité présentant un pic à ces valeurs.

- Réactions $\pi^- p \to \pi^- p\pi^\circ$ (2) et $\pi^- p \to n\pi^- \pi^+$ (3)

Le premier problème est de répartir les ambigus du type (2-4) et (3-5) entre les hypothèses à une particule neutre, et les hypothèses correspondantes à plusieurs particules neutres.

Sur les figures 5 et 6 sont portées les distributions en masse manquante au carré MM^2 et en probabilité pour les réactions (2b), (2a) et (3a). Les distributions en MM^2 présentent un excès d'événements aux grandes valeurs de MM^2 tandis que celles en probabilité ont une accumulation d'événements aux faibles valeurs. Ces deux effets sont dus en grande partie à une contamination par les canaux correspondants à plusieurs particules neutres. Il s'agit alors de rendre le spectre en MM^2 symétrique et la distribution en probabilité isotrope. Dans ce but, les événements ambigus des types (2-4) et (3-5) ont été classés comme hypothèse à une contrainte lorsque le carré de la masse manquante, compte tenu de son erreur, n'est pas trop élevé par rapport à la masse de la particule neutre. On peut en outre éliminer les événements à probabilité faible qui comportent une fraction importante de mauvaises hypothèses. Néanmoins, il est préférable d'éviter ce type de coupure qui diminue la statistique, par un choix approprié des coupures en masse manquante.

Les critères suivants ont été retenus :

Classe d'ambigus	Sélection	Classement
$p\pi^-\pi^\circ$ - $p\pi^-\pi^\circ x\pi^\circ$	$\frac{MM^2 - M^2_{\pi^\circ}}{\Delta MM^2} < 1,7$ et $P(\chi^2) > 0,1$	$p\pi^-\pi^\circ$
$n\pi^+\pi^-$ - $n\pi^+\pi^- x\pi^\circ$	$MM^2 - 0,85\ \Delta MM^2 < 0,05$ et $P(\chi^2) > 0,1$	$n\pi^+\pi^-$
$p\pi^+\pi^\circ$ - $p\pi^+\pi^\circ x\pi^\circ$	$MM^2 - 2\Delta MM^2 < M^2_{\pi^\circ}$ et $P(\chi^2) \leq -1,9\ MM^2 + 1,1$	$p\pi^+\pi^\circ$
$n\pi^+\pi^+$ - $n\pi^+\pi^+ x\pi^\circ$	$MM^2 - 1,8\Delta MM^2 < M^2_N$	$n\pi^+\pi^+$

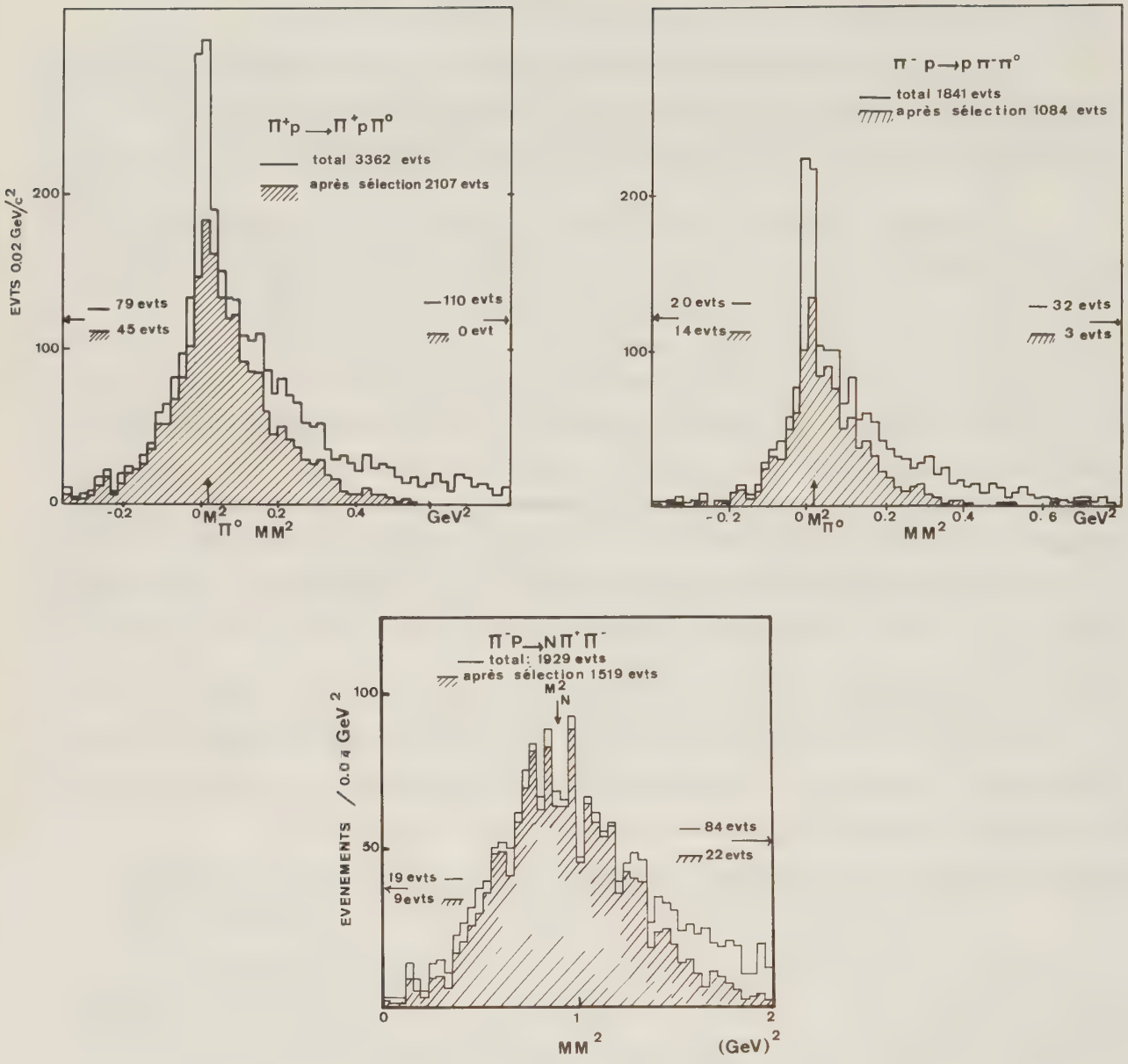


Fig. 5 : Distributions du carré de la masse manquante avant ajustement pour les trois interactions suivantes :

$$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p\pi^o \ ,$$

$$\pi^- p \rightarrow \pi^- p\pi^o \ ,$$

et $$\pi^- p \rightarrow n\pi^+\pi^- \ .$$

Les parties hachurées correspondent aux événements sélectionnés suivant les critères du paragraphe A.II.2 .

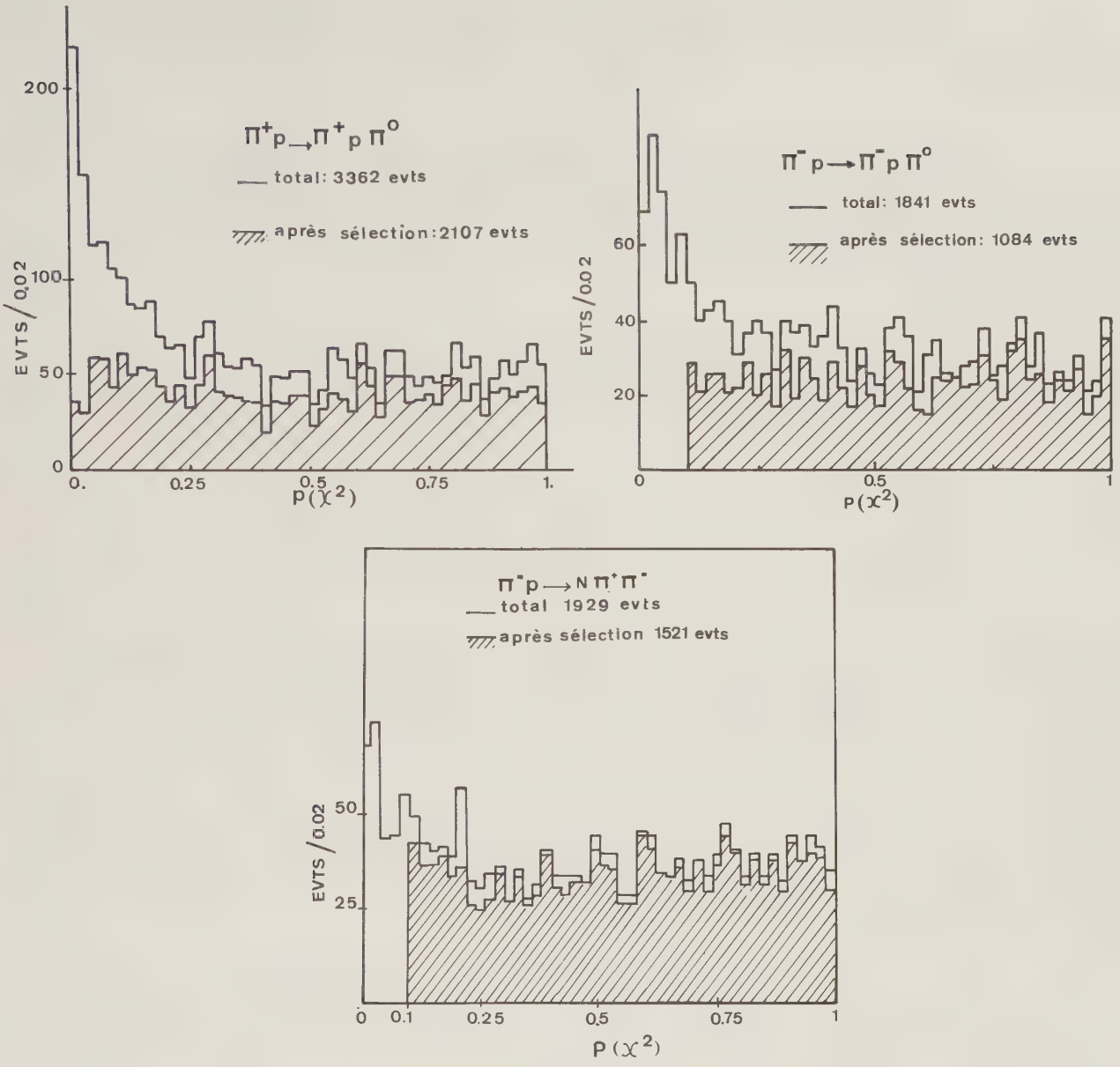


Fig. 6 : Distributions des probabilités du χ^2 pour les trois interactions

$$\pi^- p \rightarrow \pi^+ p \pi^- \ ,$$

$$\pi^- p \rightarrow \pi^- p \pi^0 \ ,$$

et $$\pi^- p \rightarrow n \pi^+ \pi^- \ .$$

Les parties hachurées correspondent aux événements sélectionnés d'après les critères du paragraphe A.II.2 .

Les événements sont classés dans la réaction correspondante à plusieurs particules neutres si les conditions ci-dessus ne sont pas satisfaites.

Ces coupures demeurent valables pour les ambiguités ($p\pi^+\pi^\circ$ - $\pi^+p\pi^\circ x\pi^\circ$) dans le cas particulier ou d'une hypothèse à l'autre, les attributions de masse des deux traces diffusées chargées sont permutées.

Le second problème est de tenter de répartir entre chaque hypothèse les événements ambigus entre les réactions suivantes :

$$\pi^\mp p \to p\pi^\mp\pi^\circ \quad \text{et} \quad \pi^\mp p \to n\pi^\mp\pi^+ \qquad (2\text{-}3)$$

$$\pi^\mp p \to p\pi^\mp\pi^\circ \quad \text{et} \quad \pi^\mp p \to n\pi^\mp\pi^+x\pi^\circ \qquad (2\text{-}5)$$

$$\pi^\mp p \to n\pi^\mp\pi^+ \quad \text{et} \quad \pi^\mp p \to p\pi^\mp\pi^\circ x\pi^\circ \qquad (3\text{-}4)$$

Les critères ne sont pas aisés à définir car les distributions en probabilité et en MM^2 n'apportent pas de renseignements précis. Pour les ambigus (2-3) l'impulsion du proton éventuel est supérieur à 1,2 GeV/c, limite de discernement par l'ionisation. Comme le spectre d'impulsion des canaux $p\pi^\mp\pi^\circ$ présente une accumulation aux faibles valeurs (fig. 7a) on choisit de classer ces ambigus de préférence dans la réaction (3).

En outre, l'utilisation d'une méthode de Monte-Carlo [4] à l'aide du programme "FAKE" a permis en π^- d'établir les critères suivants, qui confirment le précédent :

Les événements ambigus entre les réactions $p\pi^-\pi^\circ$ et $n\pi^+\pi^-$ doivent être classés $n\pi^+\pi^-$. Il en est de même pour les catégories d'ambigus entre les canaux $p\pi^-\pi^\circ x\pi^\circ$ et $n\pi^+\pi^-$. Enfin ceux satisfaisant aux hypothèses $p\pi^-\pi^\circ$ et $n\pi^+\pi^-x\pi^\circ$ sont retenus comme $p\pi^-\pi^\circ$ seulement si la masse manquante avant ajustement dans l'hypothèse neutron est inférieure à 1 GeV^2.

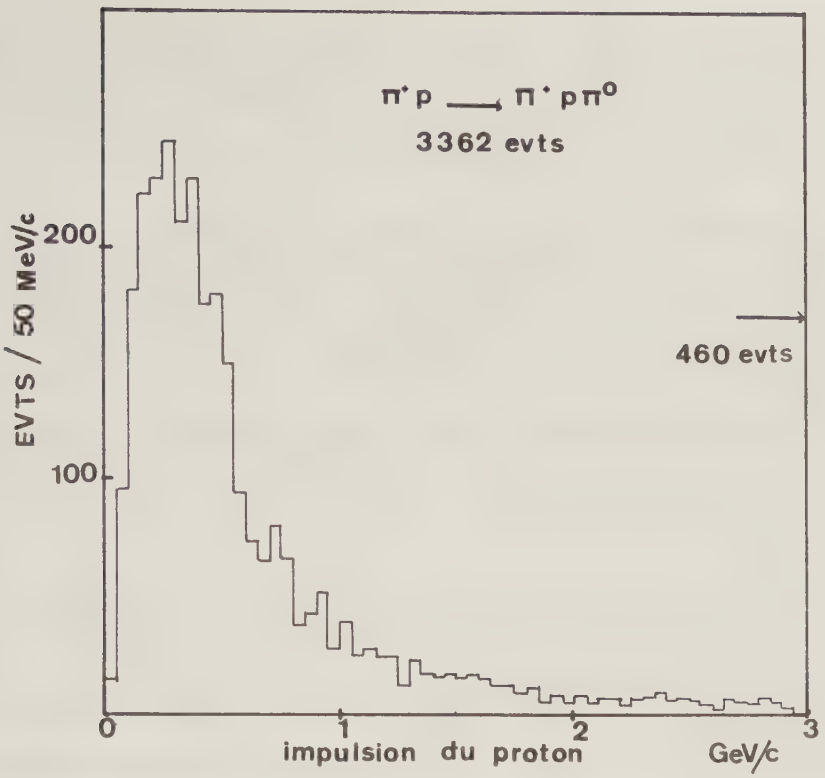


Fig. 7a : Distribution de l'impulsion du proton diffusé dans la réaction $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p\pi^o$ avant sélection.

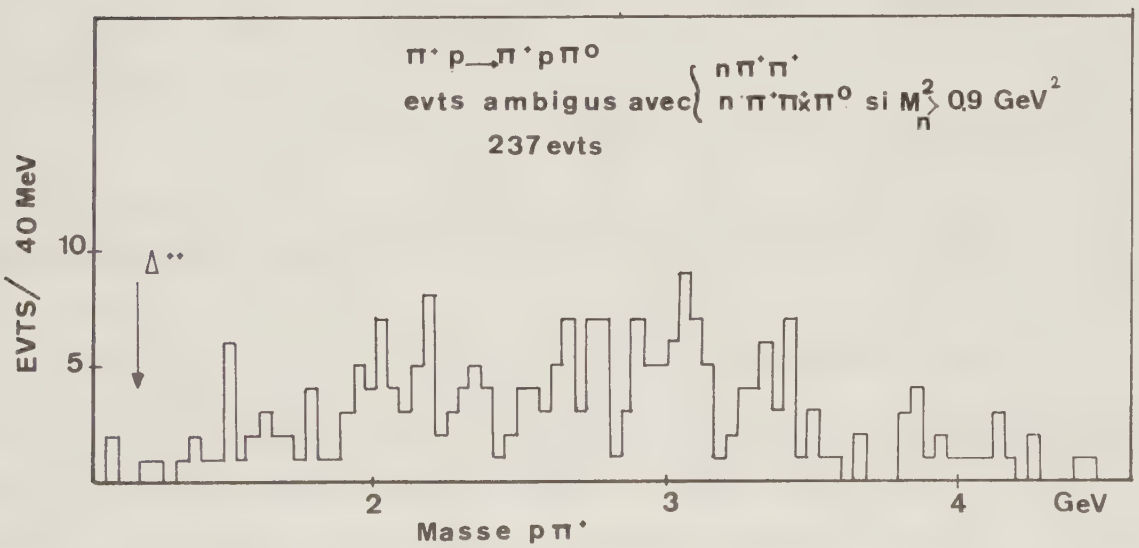


Fig. 7b : Distribution de la masse invariante $p\pi^+$ pour les événements ambigus entre les réactions $\pi^+ p\pi^o$ et $n\pi^+\pi^+$, $\pi^+ p\pi^o$ et $\pi^+\pi^+ n\, x\pi^o$. (Les autres critères de sélection du paragraphe A.II.2 sont appliqués).

Pour l'expérience en π^+ des critères presque identiques pour ces catégories d'ambigus ont été retenus ; la cinématique de ce type d'événements est en effet similaire.

Ces critères sont indiqués ci-dessous :

Classe d'ambigus	Sélection	Hypothèse retenue
$p\pi^+\pi^\circ$ - $n\pi^+\pi^+$		$n\pi^+\pi^+$
$p\pi^+\pi^\circ$ - $n\pi^+\pi^+x\pi^\circ$	MM^2 (pour l'hypothèse neutron) < 0,9 GeV^2	$p\pi^+\pi^\circ$
$n\pi^+\pi^+$ - $p\pi^+\pi^\circ x\pi^\circ$		$n\pi^+\pi^+$

Par ailleurs, de mauvais classements dus à ces critères ne modifient que de très faible façon le lot d'événements contenant des états résonnants. On peut le voir pour le cas de l'isobare en Fig 7b. Pour les résonances, en effet, le nucléon est presque toujours émis à faible impulsion ; il est donc possible de savoir d'après l'ionisation s'il y a un proton ou non dans l'état final.

Un pour cent environ des événements de la réaction $p\pi^+\pi^\circ$ ont simultanément les deux ajustements $p\pi^+\pi^\circ$ et $\pi^+p\pi^\circ$ correspondant aux deux attributions de masse possibles π^+ et p pour les traces secondaires. L'hypothèse retenue dans ce cas est celle dont la probabilité est la plus élevée.

Enfin, un certain nombre d'événements élastiques non ajustés par le programme "GRIND" contaminent le canal $p\pi^+\pi^\circ$; ceci se traduit par un excès d'événements aux faibles valeurs du spectre de masse $\pi^+\pi^\circ$. Les particules incidentes et diffusées dans le cas d'une réaction élastique étant dans un même plan, on peut éliminer une grande partie de ces événements en faisant une coupure sur l'angle de coplanarité C ; cet angle est celui entre les deux plans formés par le π incident et le proton diffusé, et par le π incident et le π^+ diffusé. Seuls sont retenus dans l'hypothèse $p\pi^+\pi^\circ$ les événements pour lesquels $\cos C < 0{,}992$ et $\cos C > -0{,}992$.

En conclusion, on peut dire que le lot d'événements à une contrainte sélectionnée ainsi présente un spectre en MM^2 assez symétrique ainsi qu'une distribution de probabilité plate (figs. 5 et 6).

- Cas des événements à plusieurs particules neutres ("NOFIT"). Les critères de sélection sont donnés dans le paragraphe A,I,6 et le lot d'événements est ensuite modifié, pour ce qui concerne les ambiguités avec d'autres canaux, en tenant compte des critères que l'on vient d'exposer. Les événements seulement ambigus entre les hypothèses $p\pi\pi^\circ x\pi^\circ$ et $n\pi\pi x\pi^\circ$ n'ont pu être répartis.

3°) Estimation des pertes d'événements au dépouillement

Les événements perdus au dépouillement appartiennent principalement aux deux canaux élastiques (1a), (1b). Les pertes surviennent pour des événements dont le proton a un parcours très petit, et pour ceux dont le proton est émis à grand angle de profondeur.

Soit α l'angle de visibilité du proton défini par :

$$\cos \alpha = \frac{p_y}{\sqrt{p_y^2 + p_z^2}} \quad ,$$

p_y et p_z étant les composantes respectives de l'impulsion dans la direction de la hauteur et de la profondeur de la chambre. La distribution de cet angle, normalement uniforme, présente un minimum au voisinage de 90° (fig. 8).

Pour un lot d'événements à protons visibles ($\alpha < 60°$ ou $\alpha > 120°$, partie isotrope de la distribution) les seules pertes sont dues à la non détection des protons de faible parcours. Le pourcentage de ces pertes est estimé de la manière suivante :

On suppose que la distribution en quadrimoment de transfert au carré $\Delta^2_{p\to p}$ est exponentielle aux faibles valeurs.

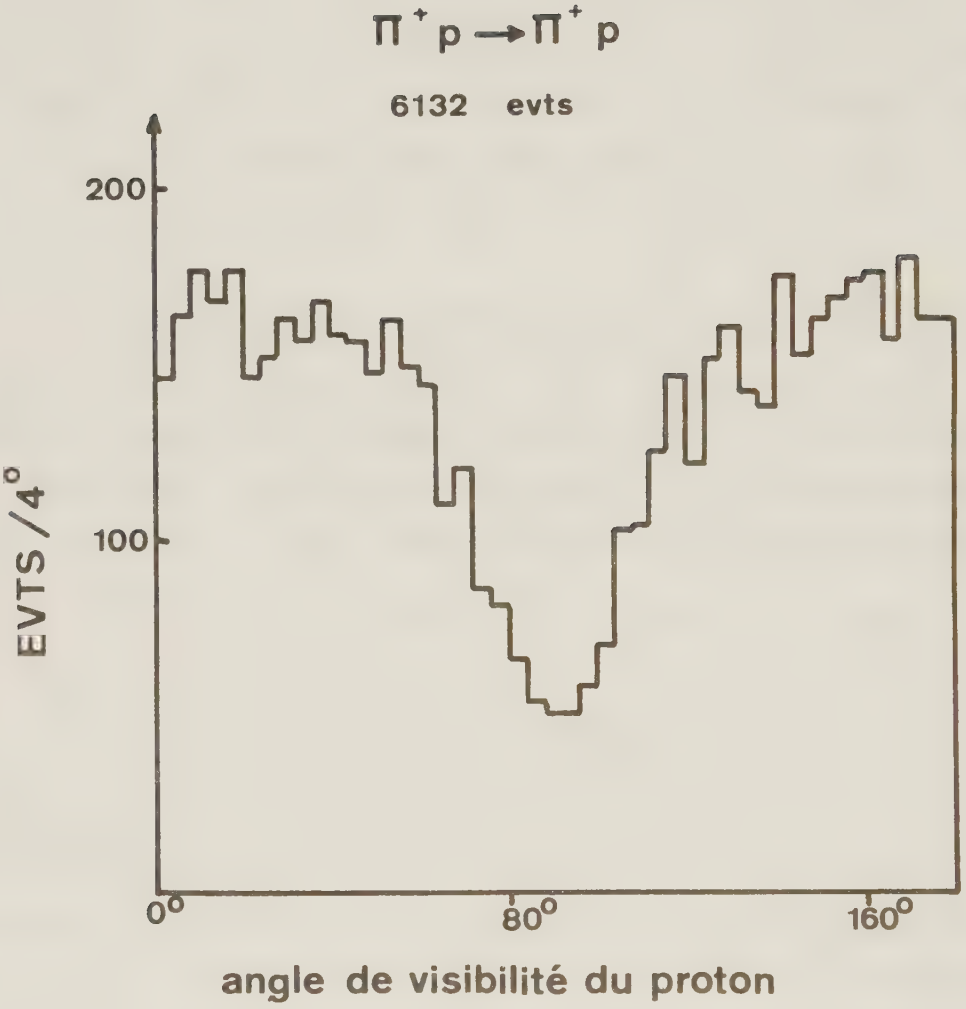


Fig. 8 : Distribution de l'angle de visibilité de la réaction $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p$. La statistique (6132 evts) est celle des événements mesurés à Saclay.

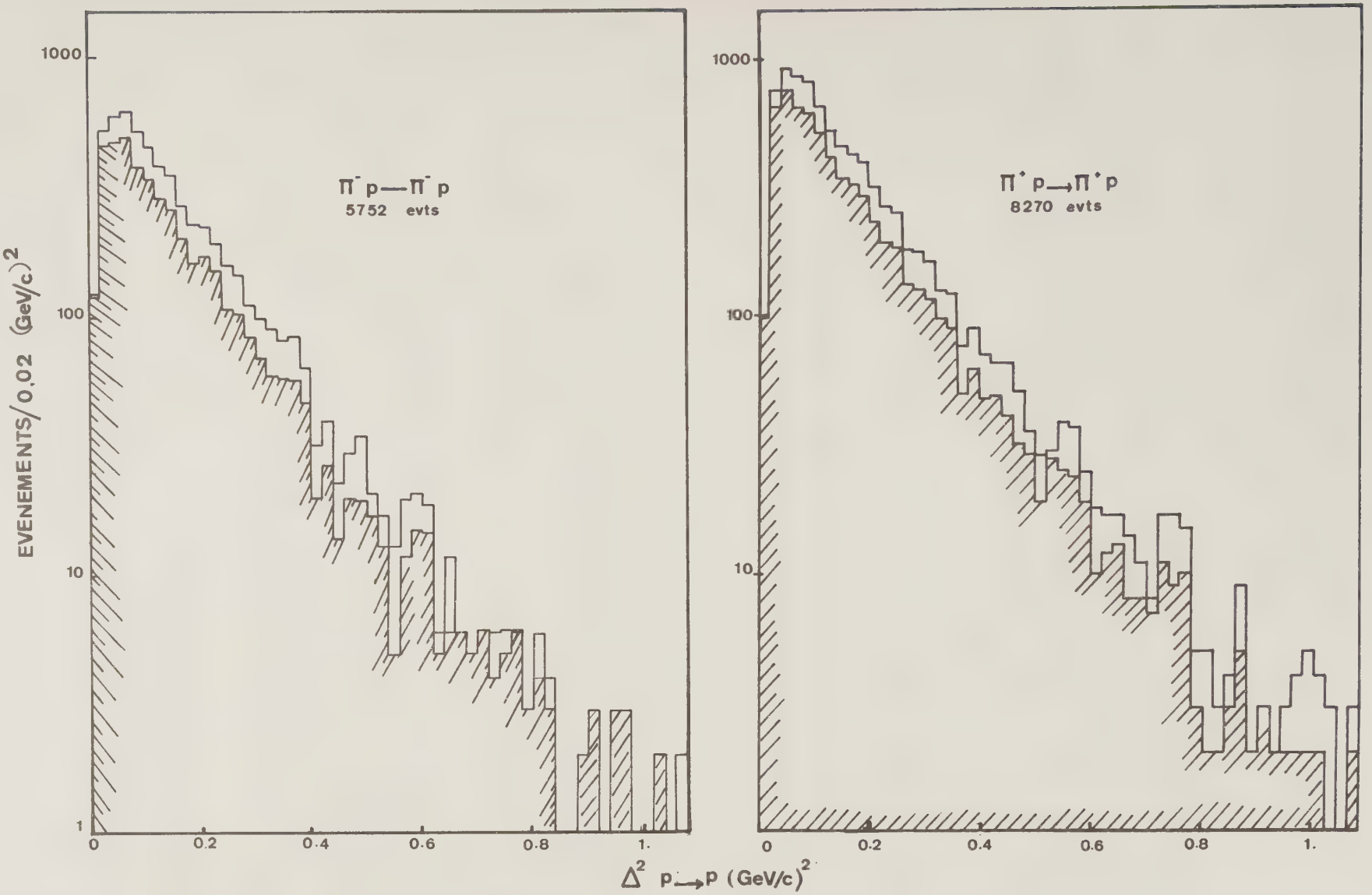


Fig. 9 : Distributions des quadrimoments transférés au carré $\Delta^2_{p\to p}$ pour les réactions $\pi^- p \to \pi^- p$ et $\pi^+ p \to \pi^+ p$. Les parties hachurées correspondent aux événements dont l'angle de visibilité est inférieur à 60° ou supérieur à 120°.

La distribution expérimentale est bien approchée par une fonction exponentielle en $e^{-a\Delta^2}$, excepté lorsque $\Delta^2_{p\to p}$ est voisin de zéro pour lequel elle présente une redescente (fig. 9).

Le nombre d'événements perdus est donné par la différence entre cette hypothèse et la distribution expérimentale.

Il faut noter que l'hypothèse d'une forme exponentielle pour la distribution est très compatible avec la prédiction donnée par le théorème optique, à $\Delta^2_{p\to p} = 0$. En π^+ , la section efficace totale σ_{tot} est de 24,6 mb comme on le verra plus loin ; le théorème optique donne donc $\left(\frac{d\sigma}{d\Delta^2}\right)_{\Delta^2=0} = \frac{\sigma^2_{tot}}{16\pi} = 30{,}8$ mb tandis qu'en extrapolant la distribution, on a : $\left(\frac{d\sigma}{d\Delta^2}\right)_{\Delta^2=0} = 32{,}3 \pm 1{,}6$ mb .

La correction globale portant sur les deux types de pertes est ensuite calculée en supposant que la distribution en visibilité est uniforme.

Soit F le facteur correctif défini par :

$$F = \frac{\text{nombre d'événements élastiques après correction}}{\text{nombre d'événements élastiques observés}} .$$

Il est de $1{,}32 \pm 0{,}06$. Il diffère peu, pour les deux expériences.

Des pertes existent également dans les réactions $\pi^+ p\pi^\circ$ et $\pi^- p\pi^\circ$. Mais on ne connait pas ici de prédictions théoriques permettant d'évaluer celles à petit $\Delta^2_{p\to p}$. Une correction partielle portant seulement sur les pertes en visibilité est inférieure à 1 % . Elle est donc beaucoup plus faible que dans le cas élastique, pour lequel elle est de l'ordre de 20 %.

4°) Tableau des sections efficaces.

Ayant ainsi réparti les événements dans chaque réaction, on peut en déduire les sections efficaces. Il faut au préalable déterminer la section efficace totale des événements à deux branches ; ceci se fait à partir des événements relevés au dépouillement. Pour l'expérience en π^- , le nombre total de deux branches est, après

corrections dues aux pertes, de 21345 sur un total de 49400 événements*. Pour l'expérience en π^+ une évaluation portant sur une statistique partielle donne 26019 deux branches sur un total de 66509 événements.

Les sections efficaces totales d'interaction sont estimées, à partir des résultats d'expériences de compteurs, à

$\sigma_{totale}(\pi^- p) = 26,5 \pm 0,1$ mb [6] et $\sigma_{totale}(\pi^+ p) = 24,6 \pm 0,1$ mb [5]

Les sections efficaces des événements à deux branches sont, par suite :

$\sigma_{2B}(\pi^- p) = 11,5 \pm 0,3$ mb et $\sigma_{2B}(\pi^+ p) = 9,6 \pm 0,3$ mb

Les sections efficaces des réactions sont indiquées table III .

- Table III -

Expérience $\pi^- p$				Expérience $\pi^+ p$			
Réaction	Lot d'évts sélectionnés pour la physique	Lot d'évts utilisés pour le calcul des σ	σ(mb)	Réaction	Lot d'évts sélectionnés pour la physique	Lot d'évts utilisés pour le calcul des σ	σ(mb)
$\pi^- p$	5752	8550	$4,6 \pm 0,3$	$\pi^+ p$	8270	8150	$4,15 \pm 0,3$
$\pi^- p\pi^\circ$	1084	1166	$0,6 \pm 0,1$	$\pi^+ p\pi^\circ$	2107	1382	$0,7 \pm 0,1$
$\pi^- \pi^+ n$	1521	1295	$0,7 \pm 0,1$	$\pi^+ \pi^+ n$	1620	1010	$0,5 \pm 0,07$
$\pi^- p\pi^\circ x\pi^\circ$ } x>0 $\pi^- \pi^+ n x\pi^\circ$ }	10334	10334	$5,6 \pm 0,3$	$\pi^+ p\pi^\circ x\pi^\circ$ } $\pi^+ \pi^+ n x\pi^\circ$ }	10820	8300	$4,2 \pm 0,3$
Total 2Br.	18547*	21345*	$11,5 \pm 0,3$	Total 2Br.	22817	18842	$9,6 \pm 0,3$

* Le nombre de deux branches est de 12 % plus élevé pour les événements du canal $n\pi^+\pi^-$. En effet, le laboratoire de Hambourg a mesuré seulement les événements à proton non reconnu.

Les erreurs sur ces valeurs ont été calculées en tenant compte de la précision des expériences de compteurs, de l'erreur statistique et de l'erreur sur les pertes au dépouillement.

5°) Variation des sections efficaces avec l'impulsion incidente.

On peut suivre la variation des sections efficaces des quatre réactions à une contrainte dans les tables IVa et IVb, dans le cas $\pi^- p$ et $\pi^+ p$ respectivement.

- Table IVa -

Impulsion (GeV/c) Réaction	1,59 [7]	2,1 [8]	2,75 [9]	4 [10]	8 [11]	11,1	16 [12]
$p\pi^-\pi^o$	4,5 ±0,15	3,33±0,1	2,8±0,1	2,2 ±0,1	0,48±0,04	0,6±0,1	
$n\pi^+\pi^-$	6,45±0,17	5,67±0,1	3,9±0,1	3,16±0,13	0,90±0,04	0,7±0,1	0,8±0,18

- Table IVa -

Impulsion (GeV/c) Réaction	1,6 [13]	2,08 [14]	2,75 [15]	3,54 [16]	4 [17]	5 [18]	8 [19]	11,6
$p\pi^+\pi^o$	9,2±0,2	5,29±0,13	2,79±0,1	2,15±0,1	2,31±0,1	1,29±0,05	0,74±0,06	0,7±0,1
$n\pi^+\pi^+$	3,7±0,1	2,25±0,09	2,41±0,15	1,48±0,05	1,44±0,1		0,61±0,1	0,5±0,07

Nos valeurs semblent compatibles, dans la limite des erreurs, avec la décroissance observée des sections efficaces en fonction de l'impulsion incidente.

B/ ETUDE DE CERTAINES REACTIONS A DEUX BRANCHES

La répartition des événements entre les réactions ayant été faite, nous allons étudier en détail plusieurs de ces réactions.

En ce qui concerne les canaux élastiques $\pi^{\pm}p \to \pi^{\pm}p$, nous nous contenterons de dire que les résultats sont en accord avec ceux des expériences à grandes statistiques réalisées par des méthodes électroniques.

Dans notre cas, la pente de la section efficace différentielle dans un intervalle de $\Delta^2_{p\to p}$ comprise entre 0,06 et 0,65 $(GeV/c)^2$ est de $(7,0 \pm 0,5)$ $(GeV/c)^{-2}$ dans le cas des π^+ incidents et de $(7,5 \pm 0,5)$ $(GeV/c)^{-2}$ dans celui des π^-. Ces valeurs sont comparables aux résultats des compteurs qui sont de $7,01 \pm 0,30$ $(GeV/c)^{-2}$ et $7,68 \pm 0,09$ $(GeV/c)^{-2}$ [20] respectivement.

Par contre nous allons donner l'ensemble des résultats expérimentaux concernant les trois réactions inélastiques $\pi^{\pm}p \to \pi^{\pm}p\pi^{\circ}$ et $\pi^-p \to \pi^+\pi^-n$ et nous tenterons une interprétation théorique des canaux à quasi deux corps $\pi^+p \to \pi^{\circ}\Delta^{++}$ et $\pi^-p \to \rho^{\circ}n$.

Ces canaux sont intéressants à étudier dans le cadre des modèles de Regge car le nombre limité de "trajectoires" que l'on peut échanger, ainsi que la valeur relativement faible des spins des quatre particules, fait que le nombre de paramètres ajustables est petit. Malheureusement, ces réactions n'ont été, à de rares exceptions près, étudiées qu'en chambre à bulles, et les statistiques disponibles sont faibles.

I - ETUDE DE LA REACTION $\pi^+ p \to \pi^+ p\pi^\circ$

1°) Caractères généraux

On a reporté sur les figures 10a, 11 et 12a les trois spectres de masse en $p\pi^+$, $p\pi^\circ$ et $\pi^+\pi^\circ$.

On peut voir sur la distribution de masse $p\pi^+$ une production importante de l'isobare $\Delta^{++}_{3/2\ 3/2}(1236)$, et une bosse à masse élevée qui est un reflet cinématique du ρ^+ et d'une accumulation en $p\pi^\circ$. Dans la distribution de masse $p\pi^\circ$, il y a une large accumulation aux faibles masses comprises entre 1,1 et 1,7 GeV, celle à masse élevée étant due, aux reflets du ρ^+ et Δ^{++} . Au-dessus de la première accumulation se détachent deux signaux pouvant être respectivement attribués au $\Delta^+_{3/2\ 3/2}(1236)$ pour le premier, et aux trois objets $N^*_{1/2\ 1/2}(1470)$, $N^*_{1/2\ 1/2}(1520)$ et $N^*_{1/2\ 1/2}(1535)$ pour le second. Dans le spectre de masse $\pi^+\pi^\circ$, le $\rho^+(765)$ ainsi qu'une indication du $g^+(1660)$ peuvent être observés.

A cette impulsion incidente, les zones de recouvrement entre les trois pics les plus importants, c'est-à-dire le Δ^{++} , le ρ^+ et l'accumulation en $p\pi^\circ$, sont faibles comme on peut le voir sur les trois diagrammes à double entrée de la figure 13. Le g^+ semble plus fortement contaminé par les reflets cinématiques (fig. 12b).

Les deux diagrammes de Chew et Low donnant respectivement $\Delta^2_{p\to p\pi^+}$ en fonction de la masse du $p\pi^+$ et $\Delta^2_{p\to p}$ en fonction de la masse du dipion montrent que les productions du Δ^{++} et du ρ^+ sont très périphériques (Figs. 14 a,b). Aucun événement dans la région de masse du $\Delta^{++}(1236)$ n'est produit à l'arrière, c'est-à-dire à la valeur maximum de $\Delta^2_{p\to p\pi^+}$, alors qu'une faible production de ρ^+ est constatée.

On se propose dans la suite d'étudier d'une façon approfondie les réactions à quasi-deux corps $\pi^+ p \to \pi^\circ \Delta^{++}(1236)$ et $\pi^+ p \to \rho^+ p$, ainsi que le spectre de masse $p\pi^\circ$.

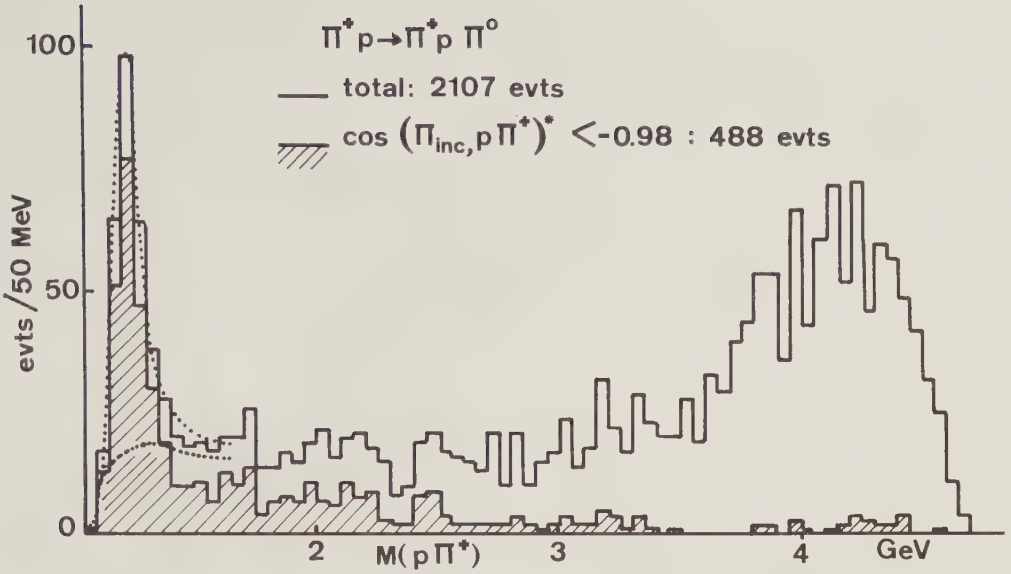


Fig. 10a : Distribution de la masse invariante $p\pi^+$. La partie hachurée correspond aux événements tels que $\cos_{CM}(p\pi^+) < -0,98$. Les deux courbes en pointillé représentent l'ajustement décrit au paragraphe B.II.1b. La courbe supérieure donne l'ajustement de la Breit-Wigner et du fond, tandis que la courbe inférieure représente la contribution du fond.

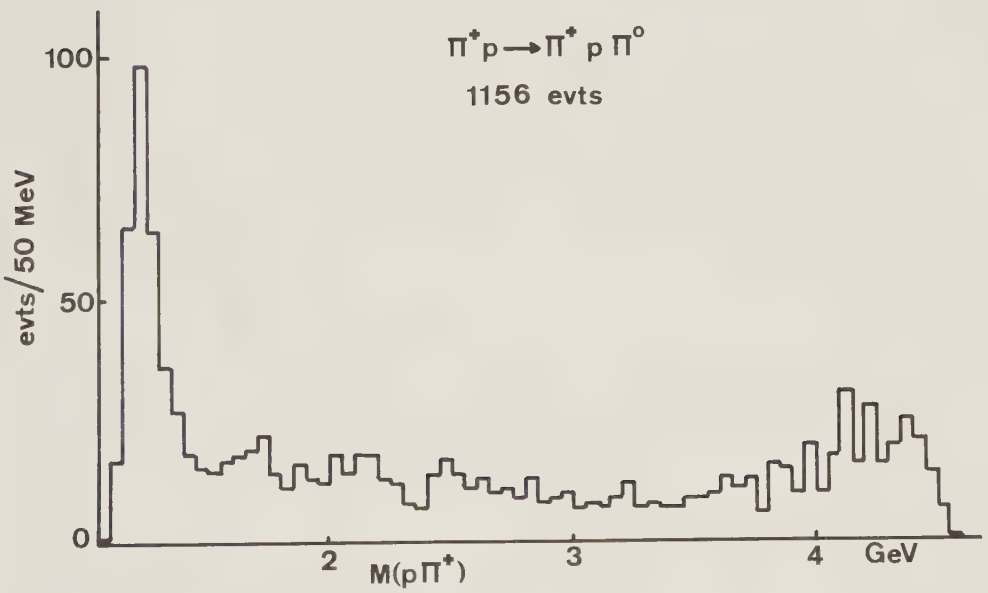


Fig. 10b : Spectre de masse invariante $p\pi^+$ pour les événements en dehors des régions de masse $0,68 < M_{\pi^+\pi^0} < 0,88$ GeV et $1,1 < M_{p\pi^0} < 1,7$ GeV.

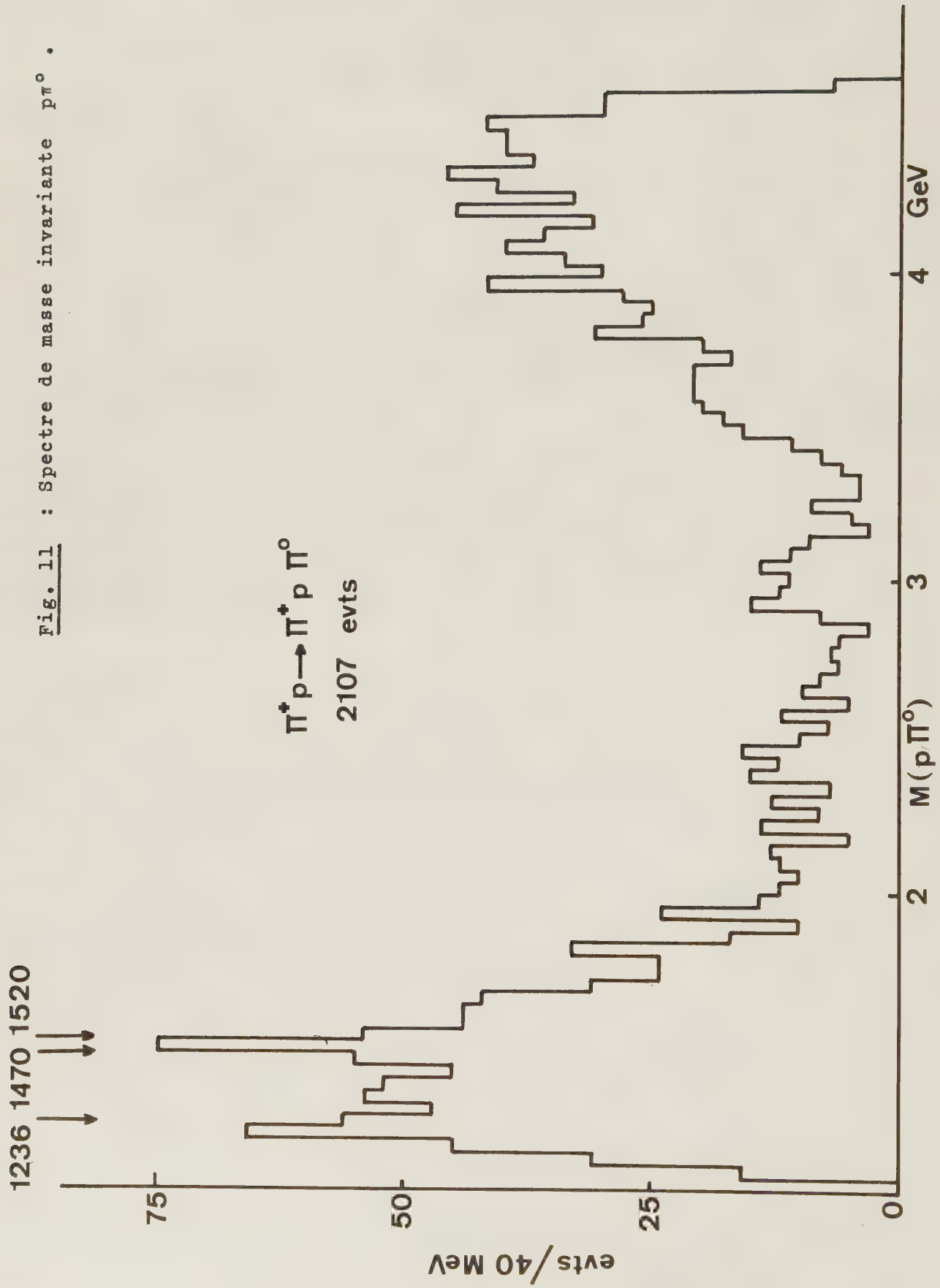


Fig. 11 : Spectre de masse invariante pπ° .

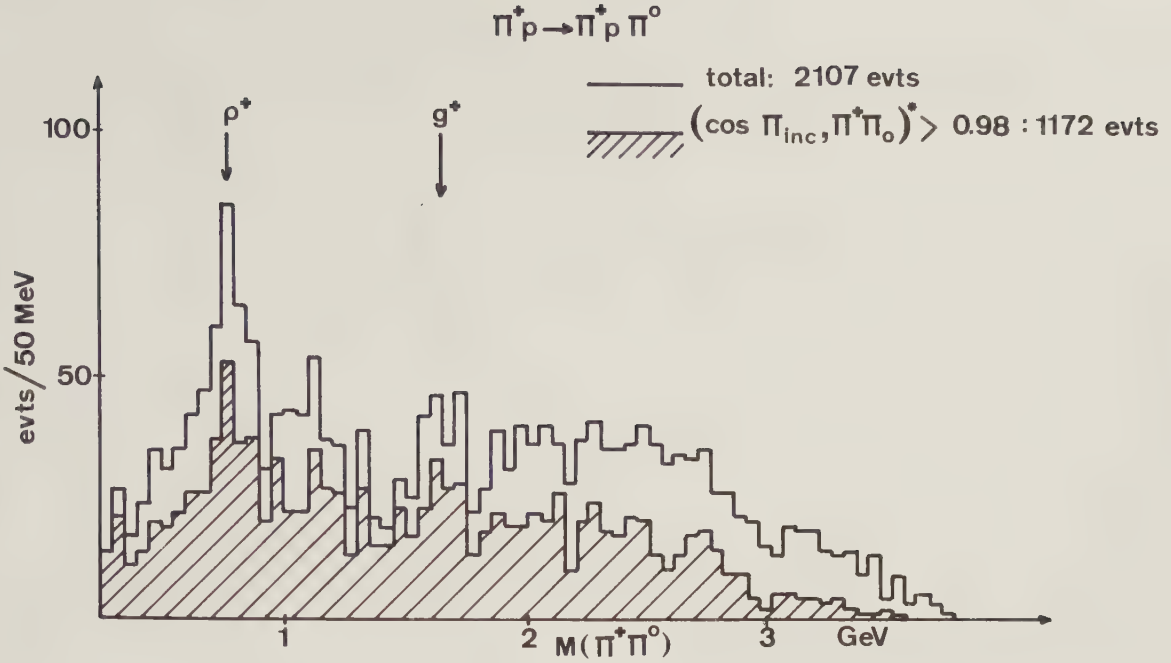


Fig. 12a : Spectre de masse invariante $\pi^+\pi^\circ$. La partie hachurée correspond aux événements tels que $\cos_{CM}(\pi^+\pi^\circ) > 0,98$.

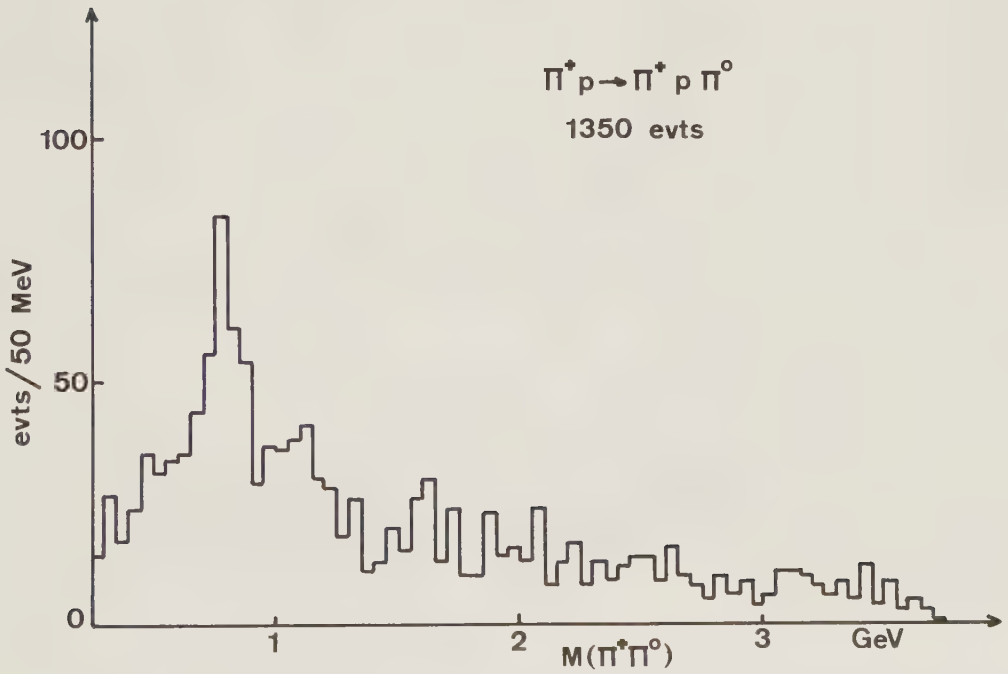


Fig. 12b : Spectre de masse invariante $\pi^+\pi^\circ$ pour les événements en dehors des régions de masse $1,14 < M_{p\pi^+} < 1,31$ GeV et $1,1 < M_{p\pi^\circ} < 1,7$ GeV.

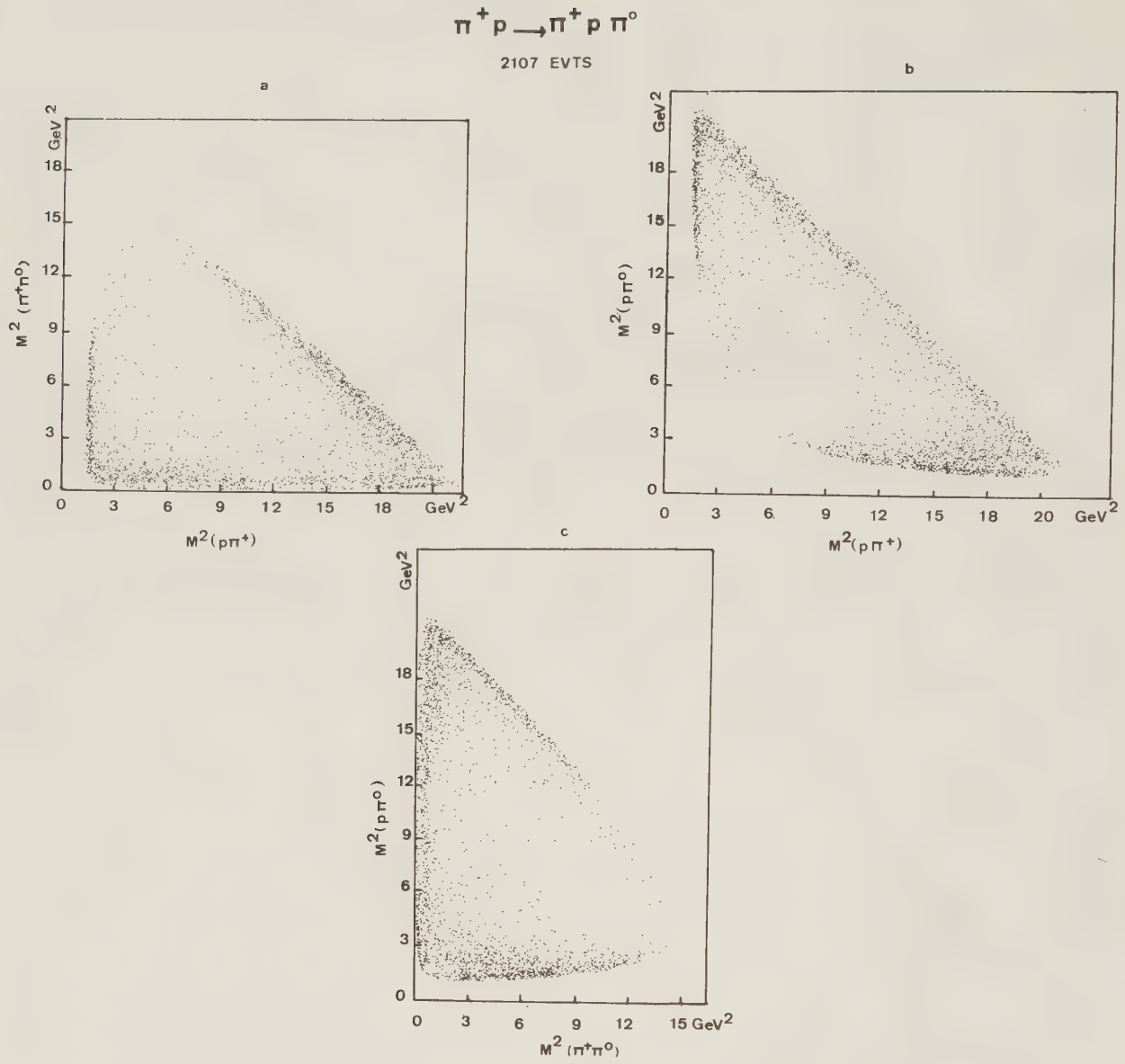


Fig. 13 : Diagrammes de Dalitz donnant :

a) $M^2(p\pi^+)$ en fonction de $M^2(\pi^+\pi^o)$

b) $M^2(p\pi^+)$ en fonction de $M^2(p\pi^o)$

c) $M^2(\pi^+\pi^o)$ en fonction de $M^2(p\pi^o)$

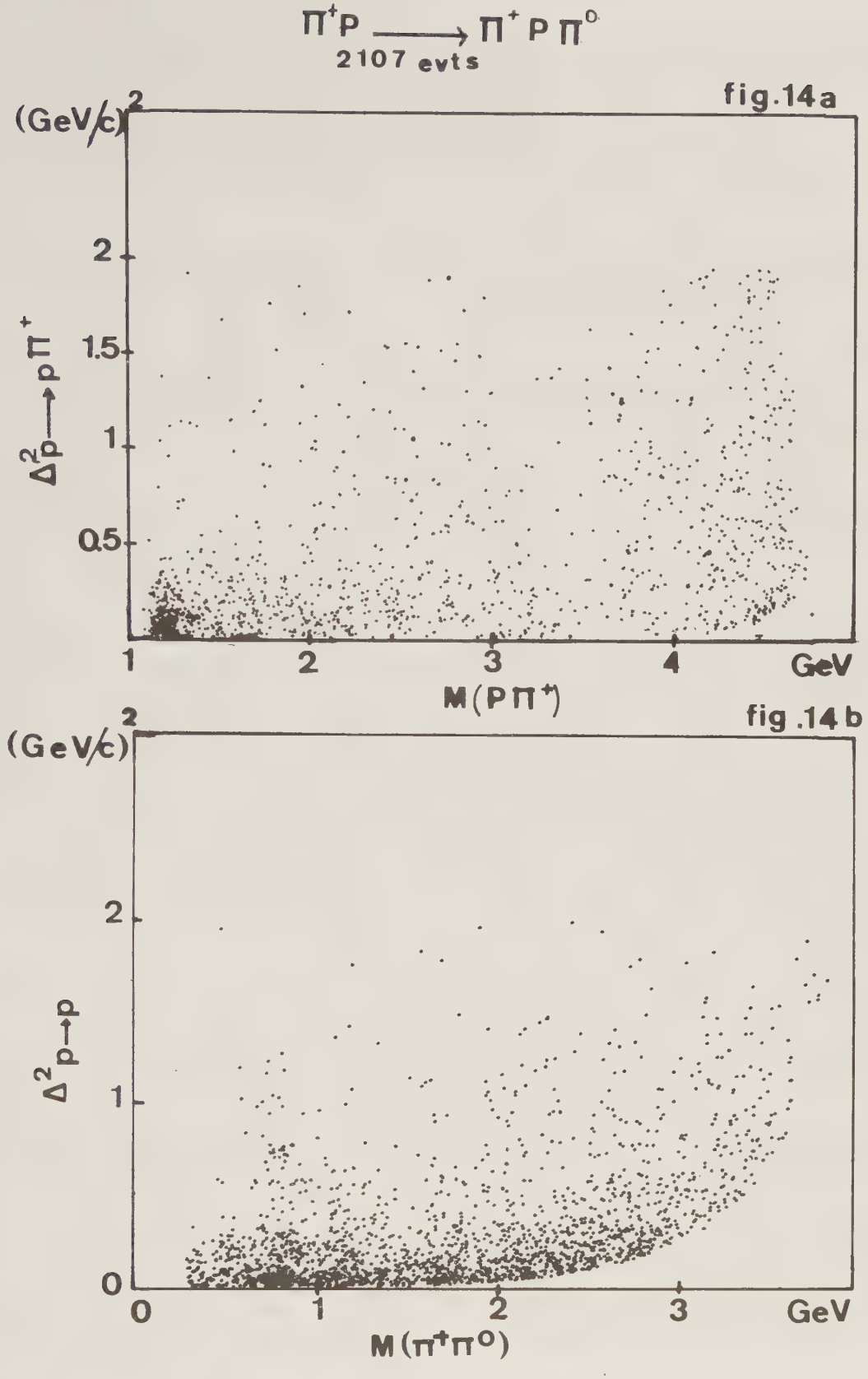


Fig. 14 : Diagrammes de Chew et Low donnant

- $\Delta^2_{p\to p\pi^+}$ en fonction de $M(p\pi^+)$
- $\Delta^2_{p\to p}$ en fonction de $M(\pi^+\pi^o)$

2°) Etude de la reaction à quasi deux corps $\pi^+ p \to \pi^\circ \Delta^{++}(1236)$ (a)

Quelques uns des événements de la réaction (a) peuvent provenir de la réaction $pp \to n\Delta^{++}$ à cause de la contamination en protons du faisceau incident.

Avant d'étudier le canal $\pi^+ p \to \pi^\circ \Delta^{++}$, nous donnerons une estimation de cette contamination.

a) Contamination par la réaction $pp \to n\Delta^{++}(1236)$ (b)

Comme on l'a vu dans la première partie, la proportion des protons incidents dans le faisceau est de l'ordre de 5 %. La section efficace du canal (b) à notre énergie est d'environ 1 mb [22] et on verra plus loin que celle du canal (a) est estimée à 80 µb.

Les réactions étant toutes deux de nature très périphérique, on peut craindre une contamination importante de (a) par (b) . On a essayé d'évaluer cette contamination en examinant d'abord la proportion d'événements (a) pouvant s'ajuster par "GRIND" dans la réaction (b). L'ajustement de l'hypothèse ($n\Delta^{++}$) sur un lot d'événements $\pi^\circ \Delta^{++}$ a montré que 90 % de ces événements s'ajustent avec succès sur le canal (b). Cette proportion semble à première vue très élevée ; néanmoins le fait d'avoir un ajustement réussi n'est pas un critère suffisant de l'appartenance à l'hypothèse correspondante.

Pour cette raison nous avons été amené à retenir une autre méthode qui consiste à faire un comptage d'étoiles de neutron sur un lot d'événements du canal (a). A cause de la cinématique des deux réactions, qui fait que la particule neutre est émise à grande impulsion, de l'ordre de 11 GeV/c (fig. 15) , le comptage d'étoiles de neutres a été fait vers l'avant, dans un cône dont le sommet est le vertex de l'événement, et dont l'ouverture angulaire est de $\pm$ 5°. Sur un lot de 98 événements (a) on n'a observé aucune étoile de neutre. En admettant donc comme limite supérieure qu'il y a une seule interaction, on peut évaluer la valeur maximum de la contamination de (a) par (b).

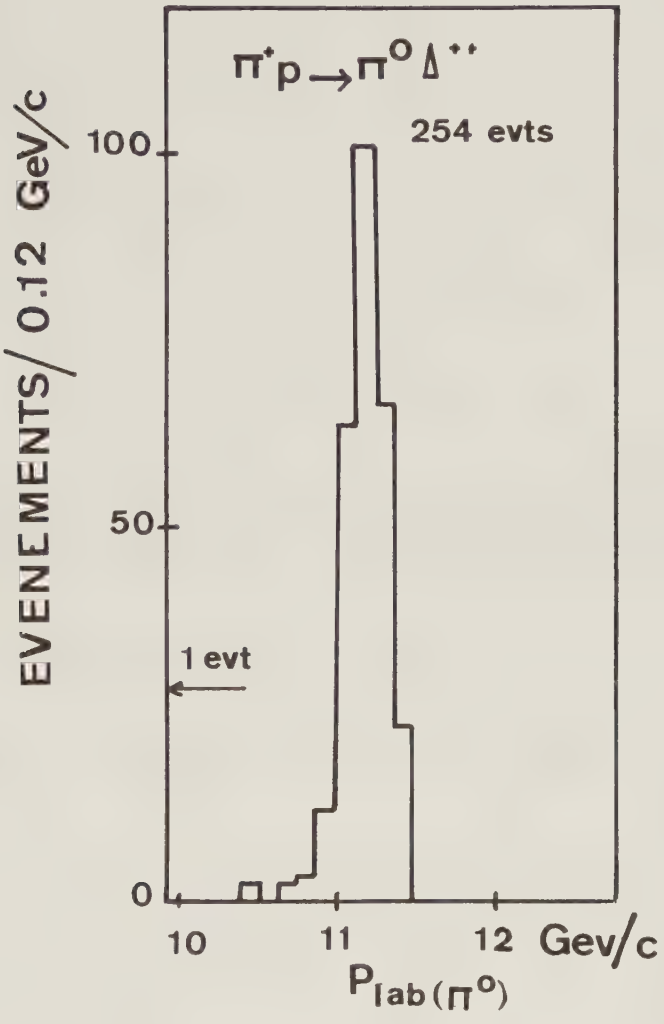


Fig. 15 : Impulsion du π° secondaire dans la réaction $\pi^{+}p \rightarrow \pi^{\circ}\Delta^{++}$.

A cause du volume de dépouillement retenu, le parcours moyen dans la chambre du neutron produit par cette réaction est de 125 cm. La longueur totale d'interaction pour le lot d'événements est donc :

$$L = 98 \times 125 = 12.250 \text{ cm} .$$

L'expression de la section efficace est donnée par

$\sigma(mb) = \frac{1}{N_a\, d} \frac{N}{L(cm)}$ où N_a est le nombre d'Avogadro, et d la densité de l'hydrogène. N est le nombre d'interactions observées, tandis que L est la longueur d'interaction. On a donc :

$$\sigma(\text{étoiles de neutre}) < \frac{26980}{12250} = 2,2 \text{ mb} .$$

On doit évaluer maintenant pour des neutrons de cette impulsion la section efficace d'interaction np → étoiles de neutres à trois branches et plus. Celle-ci s'écrit :

$$\sigma = \sigma_{\text{totale}}(np) - \sigma_{\text{élastique}}(np) - \sigma(np \rightarrow np + X\pi^\circ)$$

La section efficace totale np est de 38,9 mb tandis que la section élastique est de 9,4 mb [21].

Faute de données expérimentales sur la valeur de $\sigma(np \rightarrow np+X\pi^\circ)$ elle est prise égale à celle de la réaction $pp \rightarrow pp + X\pi^\circ$. A 11 GeV/c en effet, les valeurs des sections efficaces totales np et pp sont très voisines, et il en est de même pour σ élastique (pp) et σ élastique (np). Il est donc raisonnable d'admettre que $\sigma(np \rightarrow np+X\pi^\circ)$ et $\sigma(pp \rightarrow pp+X\pi^\circ)$ sont du même ordre. La section efficace de ce dernier canal est de 1,5 mb [22]. D'où

$$\sigma(\text{étoiles de neutres}) = 38,9 - 9,4 - 1,5 = 28 \text{ mb}.$$

La contamination est donc inférieure à $C = \frac{2,2}{28}$ soit 7,9 % .

b) Détermination de la masse, de la largeur et de la section efficace de l'isobare Δ^{++}

Ces quantités sont déterminées par une méthode de moindres carrés, en ajustant une courbe sur la distribution expérimentale. La courbe se compose d'une fonction de Breit-Wigner et d'un fond.

La fonction de Breit-Wigner est relativiste [23] et sa largeur est dépendante de la masse. Elle a pour forme :

$$BW = \frac{\Gamma(\omega)}{(\omega_o^2 - \omega^2)^2 + \omega_o^2[\Gamma(\omega)]^2} \frac{\omega}{Q}$$

dans laquelle ω désigne la masse du complexe $p\pi^+$; ω_o est la valeur centrale de la résonance, $\Gamma(\omega)$ est la largeur, fonction de ω , tandis que Q désigne l'impulsion d'une des particules de désintégration du complexe $p\pi^+$, dans le centre de masse de celui-ci.

L'expression de la largeur $\Gamma(\omega)$ est de la forme :

$$\Gamma(\omega) = \Gamma_o \left(\frac{Q}{Q_o}\right)^3 \frac{[(\omega + m_p)^2 - m_\pi^2]\ \omega_o^2}{[(\omega_o + m_p)^2 - m_\pi^2]\ \omega^2} \qquad (1)$$

Γ_o est la largeur de la résonance lorsque la masse ω est égale à ω_o et Q_o est la valeur de Q lorsque $\omega = \omega_o$; m_p est la masse du proton et m_π la masse du pion.

Le fond choisi ici est empirique : il a été tracé à la main dans la région de l'isobare, et en dehors de cette région (c'est-à-dire lorsque la masse $p\pi^+$ est supérieure à 1,6 GeV) a été pris égal à la distribution expérimentale.

La forme de ce fond permet de tenir compte de façon très simple des isobares supérieurs éventuels et des reflets cinématiques ; elle permet en outre d'éviter des effets de compensation qui se produisent dans l'ajustement entre une région de masse et une autre.

La courbe à ajuster sur la distribution a pour expression :

$$N \left[\alpha \frac{F.BW}{\int_{\omega_{min}}^{\omega_{max}} F.BW.d\omega} + (1-\alpha) \frac{F}{\int_{\omega_{min}}^{\omega_{max}} F.d\omega} \right] \qquad (2)$$

- Les quantités F et BW représentent les valeurs du fond et de la Breit-Wigner, qui sont fonctions de la valeur ω de la masse $p\pi^+$;
- N est le nombre total d'événements du spectre de masse $p\pi^+$;
- les intégrales aux dénominateurs servent à la normalisation ;
- α représente le pourcentage de la résonance, tandis que $1-\alpha$ désigne celui du fond.

Les paramètres laissés ajustables sont α , ainsi que la masse de la résonance ω_o et sa largeur Γ_o définies précédemment.

L'ajustement a été effectué à l'aide du programme de minimisation "MINUIT" [35]. Les résultats obtenus sont :

$$\alpha = 0,116 \pm 0,01$$
$$\omega_o = (1,225 \pm 0,03) \text{ GeV}$$
$$\Gamma_o = (0,138 \pm 0,04) \text{ GeV} .$$

Les erreurs indiquées proviennent du programme d'ajustement.

Les courbes ajustées sont reportées en fig. 10a. La courbe supérieure représente le fond et la résonance, celle inférieure donnant la contribution du fond.

La détermination de α a permis d'évaluer la section efficace de la réaction $\pi^+ p \to \pi^o \Delta^{++}$. On a :

$$\sigma(\pi^o\Delta) = \sigma(p\pi^+\pi^o) \cdot \alpha = (80 \pm 14) \ \mu b .$$

En figure 16 sont reportées les valeurs de la section efficace de l'isobare Δ^{++} obtenues à différentes impulsions incidentes : on voit qu'elle est décroissante lorsque l'énergie augmente, tout au moins dans le domaine d'impulsions considéré, qui va de 1,6 à 11,6 GeV/c.

La droite portée sur la figure 16 a été obtenue par GIDAL et al. [24] à partir de leurs résultats expérimentaux qui portent sur six impulsions incidentes comprises entre 2,67 et 4,08 GeV/c, et de ceux de l'expérience de 8 GeV/c [19]. Cette droite correspond à une variation en $A.p^{-1,6}$ de la section efficace. Notre résultat paraît compatible avec cette loi de variation.

c) Section efficace différentielle de l'isobare

La figure 17 montre la variation de cette section efficace en fonction du carré du quadrimoment de transfert $\Delta^2_{p\to p\pi^+}$. A de très faibles valeurs, pour $\Delta^2_{p\to p\pi^+} < 0,12$ (GeV/c)^2 la distribution semble plate. Ce résultat est voisin de celui obtenu à 8 GeV/c alors qu'une redescente paraît plus nette dans d'autres expériences, lorsque $\Delta^2_{p\to p\pi^+}$ tend vers zéro. ([17], [18] et fig. 21).

Pour des valeurs plus élevées, telles que $0,12<\Delta^2<0,4$ (GeV/c)^2, le comportement de la distribution est exponentiel en $e^{-A\Delta^2}$; la valeur de la pente A est égale à $9,5 \pm 1,1$ (GeV/c)$^{-2}$. Cette valeur est reportée sur la table ci-dessous, ainsi que les résultats déterminés à trois autres impulsions.

Impulsion (GeV/c)	2,67	3,4 [24]	8	11,6
Intervalles de Δ^2 (GeV/c)^2	0,02 - 0,6	0,05 - 0,5	0,05 - 0,4	0,12 - 0,4
A (GeV/c)$^{-2}$	$8,8 \pm 1,0$	$8,0 \pm 0,9$	$7,7 \pm 0,9$	$9,5 \pm 1,1$

La précision sur A ne permet pas de dire s'il y a une variation de la pente avec l'impulsion (effet de "shrinkage").

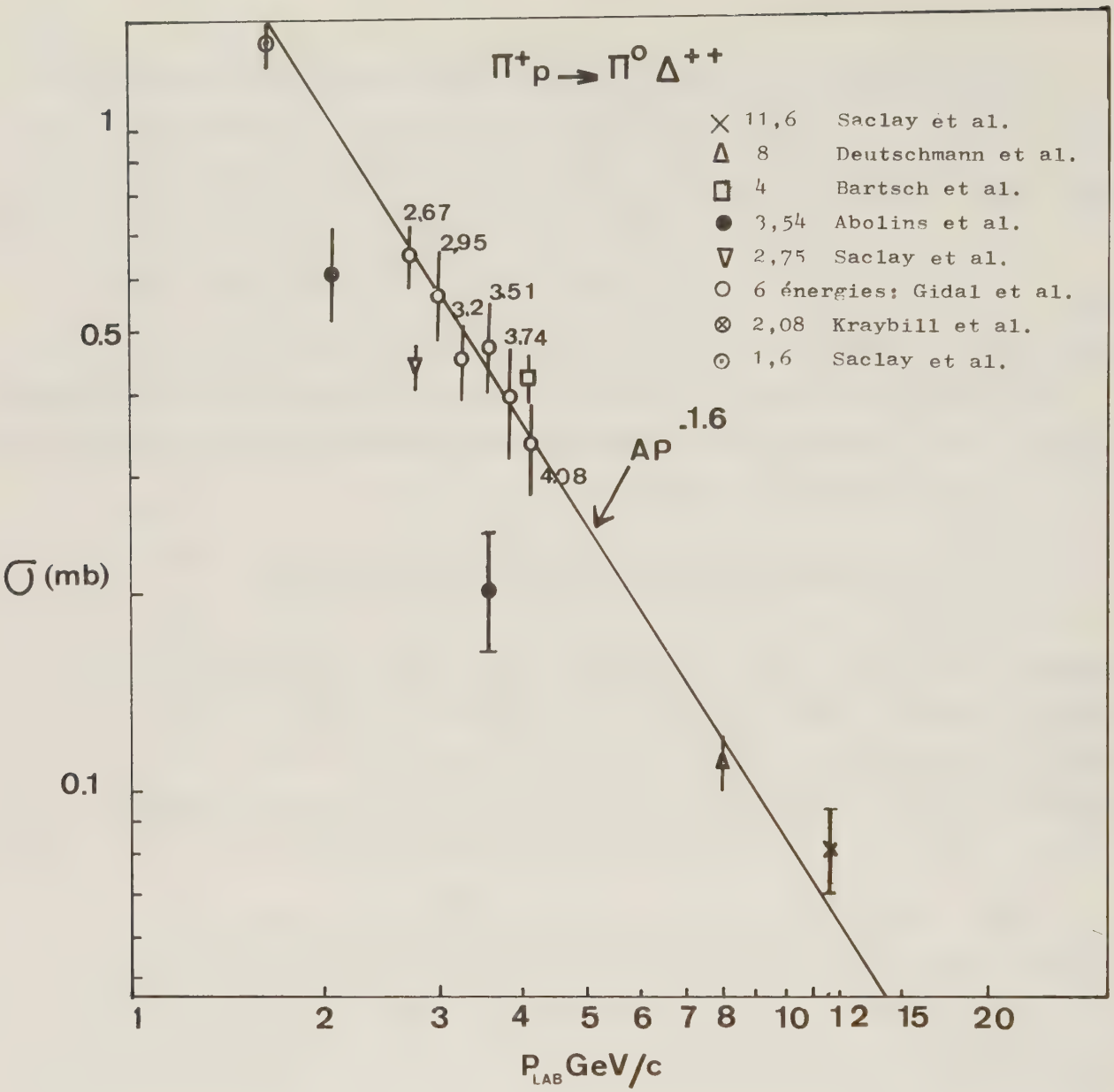


Fig. 16 : Sections efficaces totales de la réaction $\pi^+ p \rightarrow \pi^o \Delta^{++}$ pour plusieurs valeurs de l'impulsion incidente. Les points expérimentaux proviennent successivement des références [13] (1,6 GeV/c), [14] (2,08 GeV/c) , [15] (2,75 GeV/c), [24] (pour les impulsions successives 2,67 ; 2,95 ; 3,20 ; 3,51 ; 3,74 et 4,08 GeV/c), [16] (3,54 GeV/c), [17] (4 GeV/c) , [19] (8 GeV/c) et de l'expérience à 11,6 GeV/c. La droite de la forme $A\ p^{-1,6}$ résulte de l'ajustement effectué sur les données de la réf. [24], et sur celle de l'expérience à 8 GeV/c.

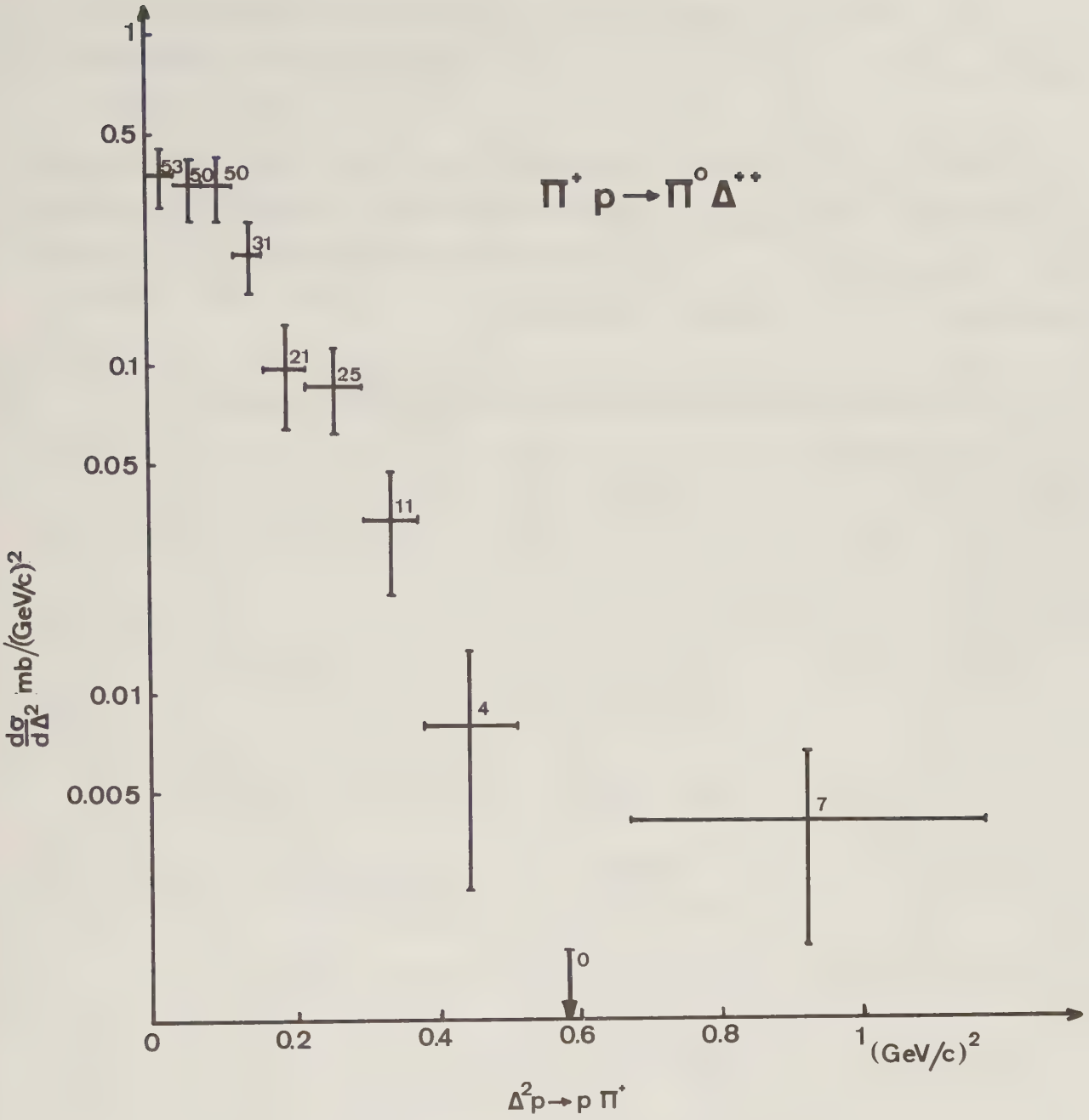


Fig. 17 : Distribution en $\Delta^2_{p\to p\pi^+}$ dans la région de masse de l'isobare $\Delta^{++}(1236)$. Les valeurs numériques correspondant à chaque point expérimental sont le nombre d'événements.

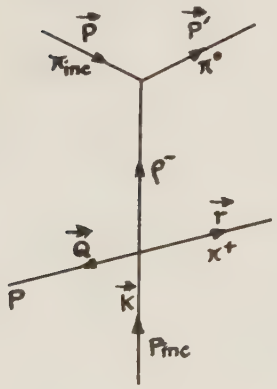
Il existe un minimum de la section efficace différentielle lorsque $\Delta^2_{p\to p\pi^+}$ est de l'ordre de 0,6 $(GeV/c)^2$ ce qui, comme on le verra plus loin, peut s'interpréter en termes de pôles de Regge.

Enfin, signalons que la distribution à 11,6 GeV/c n'est pas faussée par la valeur du Δ^2 minimum. En effet celle-ci est comprise entre -10^{-5} et -2.10^{-5} $(GeV/c)^2$, c'est-à-dire pratiquement nulle ; il n'est donc pas nécessaire de corriger la valeur de $\Delta^2_{p\to p\pi^+}$ pour chaque événement, du Δ^2 minimum correspondant.

d) Détermination des éléments de la matrice densité.

Les éléments ρ_{ij} de la matrice densité au vertex de désintégration du $p\pi^+$ sont calculés, dans le système de Jackson, à partir des angles polaires de "Scattering" et de Treiman-Yang θ et φ .

Graphique 1



Ces deux angles sont définis dans le système du centre de masse du complexe $p\pi^+$ par :

$$\cos\theta = \frac{\vec{K}\,\vec{r}}{|\vec{K}||\vec{r}|} \quad \text{et} \quad \cos\varphi = \frac{(\vec{p}\wedge\vec{p'})(\vec{K}\wedge\vec{Q})}{|\vec{p}\wedge\vec{p'}||\vec{K}\wedge\vec{Q}|}$$

Les éléments ρ_{ij} ont été calculés par la méthode des moments [25].

Ils ont pour expression :

$$\rho_{33} = \left\langle \frac{7 - 15\cos^2\theta}{8} \right\rangle$$

$$\mathrm{Re}\rho_{3-1} = -\frac{5\sqrt{3}}{8} \langle \sin^2\theta \cos 2\varphi \rangle \qquad (3)$$

$$\mathrm{Re}\rho_{31} = -\frac{5\sqrt{3}}{8} \langle \sin 2\theta \cos\varphi \rangle$$

dans lesquelles les quantités prises entre crochets représentent des valeurs moyennes.

Les résultats, à tout $\Delta^2_{p\to p\pi^+}$ ainsi que dans trois intervalles de celui-ci sont donnés table V.

On observe que ρ_{33} augmente avec le quadrimoment de transfert ; $Re\rho_{31}$ reste voisin de zéro quel que soit $\Delta^2_{p\to p\pi^+}$, tandis que $Re\rho_{3-1}$ passe par un maximum lorsque $\Delta^2_{p\to p\pi^+}$ est au voisinage de 0,1 $(GeV/c)^2$, pour redécroître ensuite.

- Table V -

Eléments de matrice	Prédictions de Stodolski-Sakuraï	Valeur à tout Δ^2	$0<\Delta^2<0,06$	$0,06<\Delta^2<0,14$	$0,14<\Delta^2<0,26$
ρ_{33}	0,375	$0,27\pm0,04$	$0,21\pm0,06$	$0,23\pm0,06$	$0,34\pm0,07$
$Re\rho_{31}$	0,	$0,0\ \pm0,05$	$-0,06\pm0,06$	$0,03\pm0,07$	$0,04\pm0,07$
$Re\rho_{3-1}$	0,216	$0,08\pm0,04$	$0,03\pm0,06$	$0,17\pm0,06$	$0,03\pm0,07$
$(\rho_{33}-\frac{1}{4})^2+(Re\rho_{31})^2+(Re\rho_{3-1})^2$ *	$\frac{1}{16}$	$0,007\pm0,015$	$0,006\pm0,02$	$0,03\pm0,03$	$0,01\pm0,02$

On peut faire ici deux remarques :

-La propriété de positivité de la matrice de polarisation impose que $(\rho_{33}-\frac{1}{4})^2 + (Re\rho_{31})^2 + (Re\rho_{3-1})^2 \leqslant \frac{1}{16}$ quel que soit $\Delta^2_{p\to p\pi^+}$ [26].

-Il existe une deuxième limite définie par $0 \leqslant \rho_{33} \leqslant \frac{1}{2}$. En effet on sait que $\rho_{ij} = (-1)^{i-j}\rho_{-i-j}$ et que la trace de la matrice densité est égale à 1. On en déduit donc $\rho_{11} = \frac{1}{2} - \rho_{33}$. En outre les éléments diagonaux de la matrice sont positifs et inférieurs à un, ce qui permet d'établir la condition.

On peut voir sur la table V que les trois contraintes ci-dessus semblent bien vérifiées, à toute valeur de $\Delta^2_{p\to p\pi^+}$ ainsi que dans les trois intervalles considérés.

---

* L'erreur sur cette quantité est définie par :

$$\left\{\left[2(\rho_{33}-\tfrac{1}{4})d(\rho_{33})\right]^2 + \left[2Re\rho_{31}\,d(Re\rho_{31})\right]^2 + \left[2Re\rho_{3-1}\,d(Re\rho_{3-1})\right]^2\right\}^{\frac{1}{2}}$$

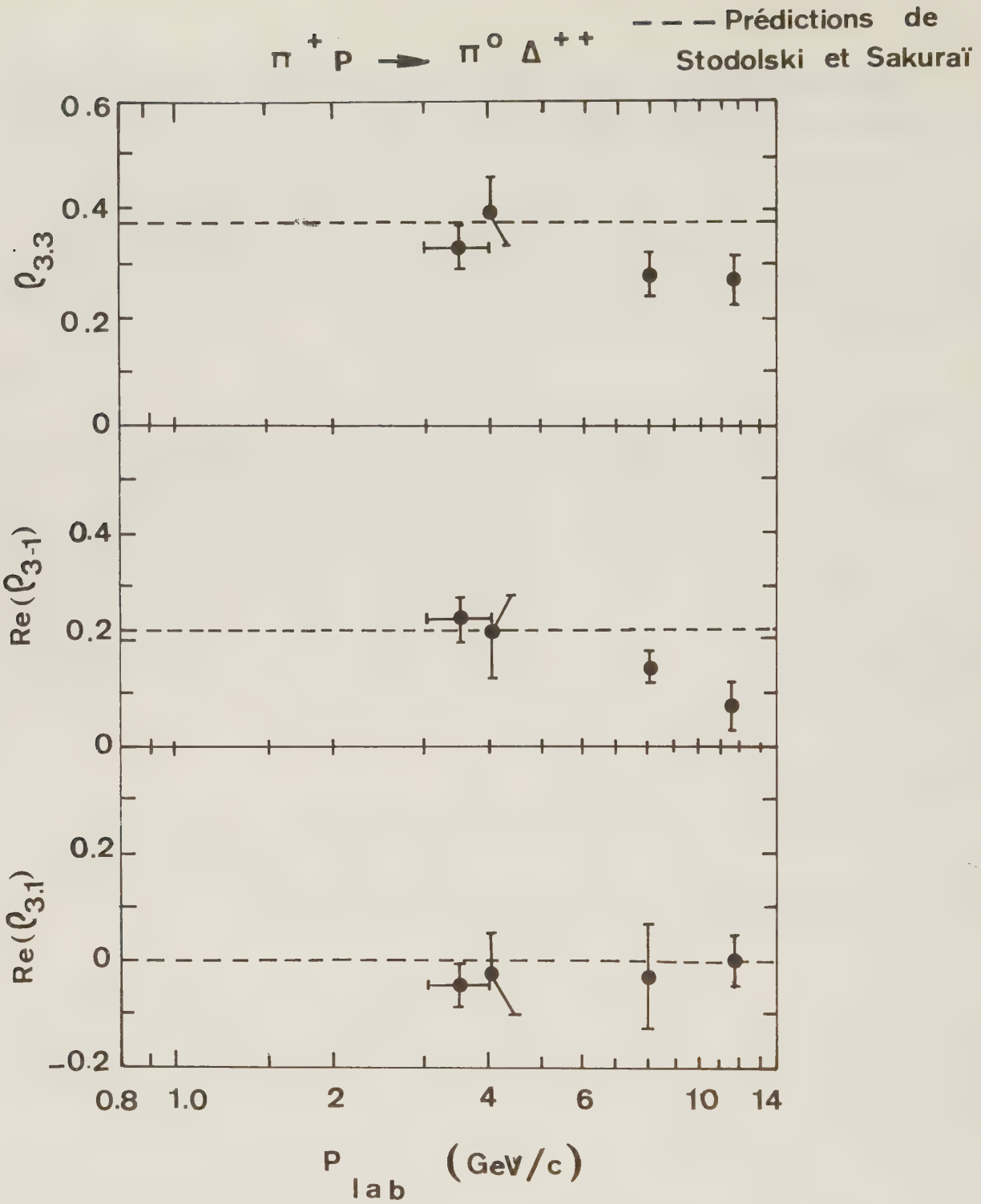


Fig. 18 : Valeur des éléments ρ_{ij} de la matrice densité, au vertex de désintégration de l'isobare. Les résultats des expériences à 3,4 GeV/c [24], 4 GeV/c et 8 GeV/c sont également reportés. Les lignes pointillées sont les prédictions de la dominance du couplage M_1, et celles du modèle des quarks. (Paragraphe B.I.3 (a,c)).

La figure 18 montre les résultats obtenus pour les trois éléments à plusieurs impulsions différentes. D'une façon générale on observe que si $Re\rho_{31}$ est pratiquement indépendant de l'impulsion, les deux autres termes décroissent lorsque l'énergie augmente.

3°) Interprétations théoriques des résultats de la réaction $\pi^+ p \to \pi^\circ \Delta^{++}$

Différents modèles ont été proposés pour interpréter la production de l'isobare $\Delta^{++}(1236)$. Les uns sont du type "graphe de Feynman" modifié ou non par des effets d'absorption, tel le modèle de Stodolski et Sakuraï. Celui-ci prévoit que l'isobare est produit par l'intermédiaire d'échange de ρ (graphique 1) et suppose en outre la dominance du couplage dipolaire magnétique M_1 au vertex $p\rho\Delta$. Les prédictions d'un tel modèle concernant la variation de la section efficace totale, et l'évolution de la forme de la section efficace différentielle avec l'impulsion incidente, sont peu satisfaisantes.

Le modèle de Regge qui substitue à l'échange d'une particule, celle de "trajectoires" de masse et de moment angulaire variables, rend beaucoup mieux compte des résultats expérimentaux et on parlera en détail de ce modèle. On utilisera pour cela, outre nos résultats, les données provenant d'un certain nombre d'autres expériences.

L'hypothèse introduite par Stodolski et Sakuraï, sur la dominance du couplage M_1 se traduit par des contraintes sur les amplitudes, et conduit à des prédictions sur certaines distributions angulaires; elle est assez en accord avec les résultats de basse énergie et dans la discussion sur le modèle de Stodolski-Sakuraï nous nous limiterons uniquement à la comparaison de nos données avec cette hypothèse.

L'hypothèse de la dominance de M_1 peut être introduite dans le modèle de Regge : par rapport à celui le Stodolski-Sakuraï, cela revient à conserver les mêmes contraintes entre les amplitudes, et à modifier la forme de leur paramétrisation.

Il est intéressant de comparer la forme des sections efficaces différentielles à ce que donne le modèle de Regge modifié par cette hypothèse, et ce point sera discuté.

Enfin, on mentionnera l'hypothèse d'additivité du modèle des quarks, formulée par Bialas et Zalewski, dont les prédictions se ramènent dans le cas particulier de ce canal, à celles données par la dominance du couplage M_1 .

a) Modèle de Stodolski-Sakuraï

Les prédictions du couplage M_1 dominant portent sur certaines distributions angulaires. Les définitions des angles (à l'aide du graphique I) et les prédictions sont données Table VI.

- Table VI -

Cosinus de l'angle dans le cdm du Δ^{++}	Sakuraï	Treiman-Yang	β
Définition	$\dfrac{\vec{Q}(\vec{p}\wedge\vec{p}')}{\lvert\vec{Q}\rvert\lvert\vec{p}\wedge\vec{p}'\rvert}$	$\dfrac{(\vec{p}\wedge\vec{p}')(\vec{K}\wedge\vec{Q})}{\lvert\vec{p}\wedge\vec{p}'\rvert\lvert\vec{K}\wedge\vec{Q}\rvert}$	$\dfrac{\vec{p}\vec{Q}}{\lvert\vec{p}\rvert\lvert\vec{Q}\rvert}$
Prévision	$1+3\cos^2\alpha$	$3-2\cos^2\varphi$	$5-3\cos^2\beta$

On peut voir fig. 19 les trois distributions, ainsi que les courbes calculées. L'accord ne semble pas mauvais sauf pour l'angle β.

Le désaccord sur ce dernier angle peut provenir du fait que des prédictions plus générales et qui ne font intervenir que le spin de l'isobare Δ^{++} , prédictions formulées par Adair, donnent pour cet angle une distribution en $1 + 3\cos^2\beta$ [28].

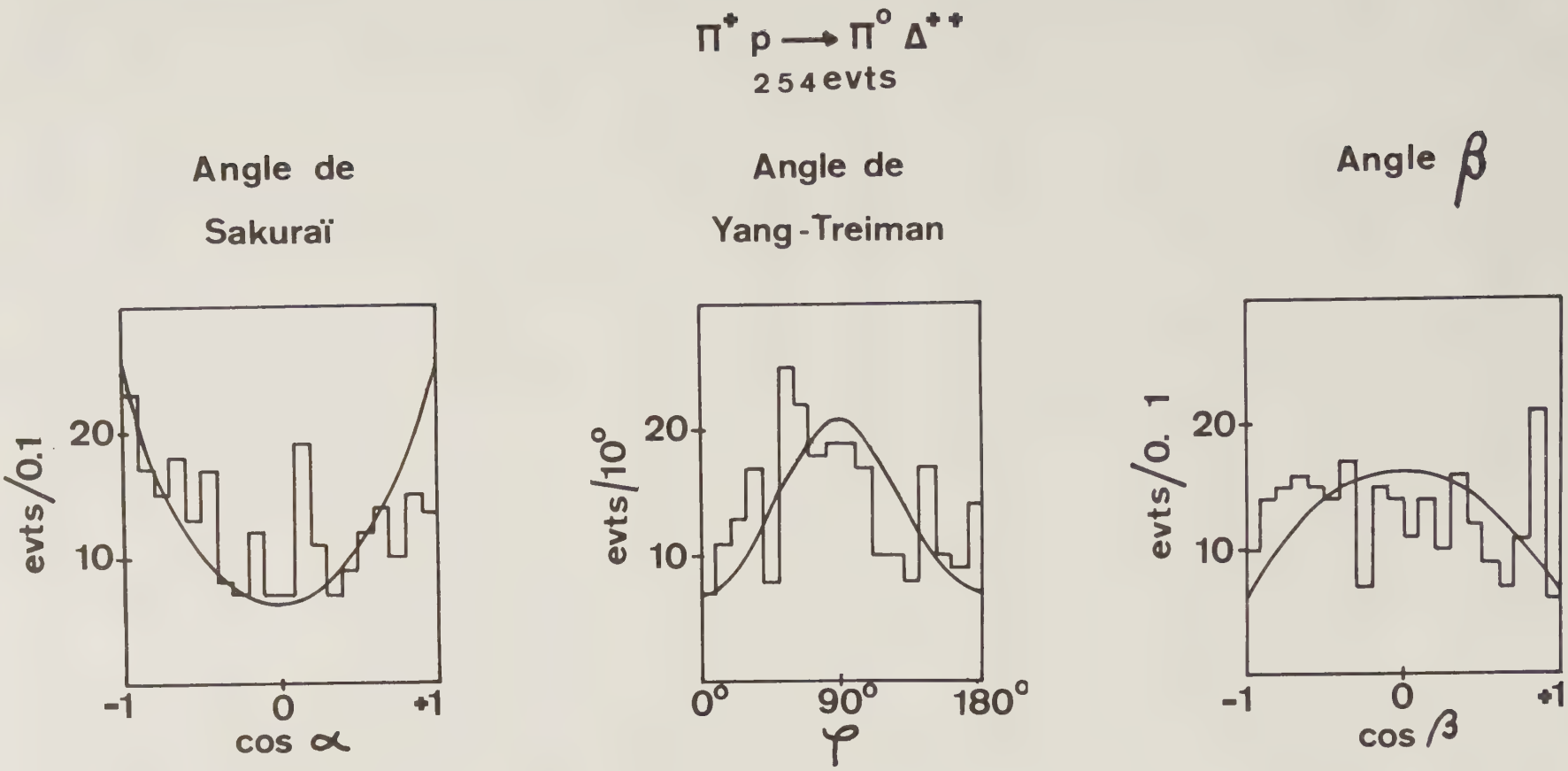


Fig. 19 : Distributions des angles de Sakuraï, de Treiman-Yang et de β . Les courbes ajustées proviennent des prédictions de la dominance du couplage M_1 , et des prédictions du modèle des quarks. (Paragraphe B.I.3 (a,c)).

C'est donc à une distribution de cette forme à laquelle on doit s'attendre si le mécanisme d'échange de ρ n'est pas prédominant ; il semble que notre distribution, relativement plate, soit un compromis entre les deux courbes.

Les prédictions du modèle concernant les éléments de matrice densité ne sont pas très bien vérifiées et des différences de 2 à 3 écarts statistiques sont observables (voir table V). Si l'accord est bon pour $Re\rho_{31}$, les valeurs obtenues pour ρ_{33} et $Re\rho_{3-1}$ sont trop faibles. Des différences analogues ont été observées à 8 GeV/c, tandis que les valeurs expérimentales des ρ_{ij} sont en meilleur accord avec le modèle, à plus basse énergie (fig. 18 et fig. 22).

On peut dire en conclusion que les prédictions de la dominance de M_1 semblent être quelque peu en désaccord à grande impulsion.

b) Modèle d'échange de ρ avec corrections d'absorption [40]

Ce modèle présente les mêmes défauts que le précédent, en ce qui concerne les sections efficaces totale et différentielle. Les prédictions de la dominance du couplage M_1 sont identiques à celles du modèle de Stodolski-Sakuraï, et de ce fait les mêmes conclusions que précédemment peuvent être données, pour notre expérience.

c) Hypothèse d'additivité du modèle des quarks [30]

Si on décompose les particules entrantes et sortantes en leurs quarks respectifs, l'hypothèse d'additivité consiste à supposer que l'amplitude d'interaction totale est la somme incohérente de toutes les amplitudes quark sur quark que l'on suppose indépendantes.

Pour cette réaction, cela revient à vérifier que :

$$-\frac{1}{\sqrt{1/5\pi}} < Y_2^o(\theta,\varphi) > = \frac{1}{2} \quad \text{et que} \quad -\frac{1}{\sqrt{1/5\pi}} < Y_2^2(\theta,\varphi) > = 0$$

Y_2^o et Y_2^2 désignent ici les harmoniques sphériques, θ et φ étant

définis comme les angles polaires dans le système "d'hélicité" ; leur expression est donnée par :

$$\cos\Theta = \frac{(\vec{p}_{\pi\ \text{inc.}} \wedge \vec{p}_{\pi^o})\ \vec{p}_{\pi^+}}{|\vec{p}_{\pi\ \text{inc.}} \wedge \vec{p}_{\pi^o}||\vec{p}_{\pi^+}|}$$

et

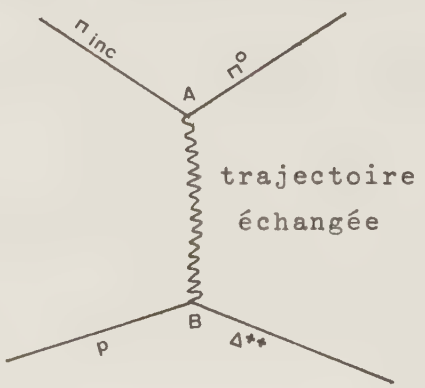
$$\cos\varphi = \frac{\vec{p}_{\pi^o}(\vec{p}_{\pi\ \text{inc.}} \wedge \vec{p}_{\pi^o})\wedge\vec{p}_{\pi^+}}{|\vec{p}_{\pi^o}||(\vec{p}_{\pi\ \text{inc.}} \wedge \vec{p}_{\pi^o})\wedge\vec{p}_{\pi^+}|}$$

Dans le cas particulier de la réaction $\pi^+ p \to \pi^o \Delta^{++}$, Bialas et Zalevski démontrent que ces prédictions se ramènent à celles données par la dominance du couplage M_1 . On a par conséquent vu que l'accord est assez discutable.

d) Modèle des pôles de Regge

Une façon de résoudre le problème de la dépendance de σ et $\frac{d\sigma}{dt}$ en fonction de l'énergie est de substituer à l'échange de ρ réel l'échange de "trajectoires" dans la réaction croisée $\pi^+\pi^o \to \bar{p}\Delta^{++}$.

Les trajectoires ont un moment angulaire complexe α et une masse $\sqrt{|t|}$ variables, liés de telle façon que la fonction $\alpha = f(t)$ est le lieu des singularités de l'amplitude d'interaction. De plus on admet que cette fonction passe par des couples de valeurs correspondant à certaines particules physiques, la seule contrainte sur le choix de ces particules étant qu'elles doivent permettre la conservation des nombres quantiques (autres que le spin) aux vertex A et B définis ci-contre. Dans cette réaction peuvent intervenir des particules de nombre baryonique nul, de G parité +1, d'isospin 1, 2 et d'étrangeté nulle. Le ρ^- seul satisfait à ces conditions. On a négligé l'échange du ρ' qui



n'a jamais été observé ; on n'a pas tenu compte également de l'existence possible de coupures dans le plan du moment angulaire complexe, dont l'introduction conduit à des modifications importantes du calcul.

Le formalisme utilisé [33] est celui des amplitudes d'hélicité de la réaction croisée dans lesquelles l'axe de projection des spins est défini par la direction du pion incident de la réaction croisée.

Les valeurs des spins des quatre particules (table ci-contre) montrent qu'il y a huit amplitudes possibles. Mais la conservation de la parité aux vertex A et B permet (lorsque l'énergie tend vers l'infini) de relier un certain nombre des huit amplitudes. En particulier, pour celles utiliséesici, on a [31] :

Particule	π^+	p	π^o	Δ^{++}	ρ^-
parité	-	+	-	+	-
spin	0	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{3}{2}$	1

$$F^t_{\lambda_{\pi^o}\lambda_{\pi^+}\lambda_\Delta\lambda_p} = \eta_p\eta_\Delta\eta_\rho(-1)^{s_\rho}\,(-1)^{\lambda_\Delta-\lambda_p}\,(-1)^{s_\Delta-s_p}\,F^t_{\lambda_{\pi^o}\lambda_{\pi^+}-\lambda_\Delta-\lambda_p}$$

s , λ et η désignant respectivement le spin, l'hélicité et la parité intrinsèque de chaque particule, l'indice t indiquant qu'il s'agit du canal croisé.

En appliquant les résultats du tableau ci-dessus, cette relation s'écrit encore :

$$F^t_{00\lambda_\Delta\lambda_p} = (-1)(-1)^{\lambda_\Delta-\lambda_p}\,F^t_{00-\lambda_\Delta-\lambda_p}$$

ce qui conduit aux quatre conditions suivantes :

$$F^t_{00\frac{3}{2}\frac{1}{2}} = F^t_{00-\frac{3}{2}-\frac{1}{2}} \qquad F^t_{00\frac{3}{2}-\frac{1}{2}} = -F^t_{00-\frac{3}{2}\frac{1}{2}}$$

$$F^t_{00\frac{1}{2}\frac{1}{2}} = -F^t_{00-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}} \qquad F^t_{00\frac{1}{2}-\frac{1}{2}} = F^t_{00-\frac{1}{2}\frac{1}{2}} \qquad (4)$$

Il y a donc quatre amplitudes indépendantes, les autres étant égales aux quatre premières ou changées de signe.

Les notations employées par la suite, ainsi que les hélicités des quatre particules sont indiquées ci-dessous :

hélicités / amplitudes	π^o	π^+	Δ^{++}	p
$F_{31} = F^t_{00\frac{3}{2}\frac{1}{2}}$	0	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$
$F_{3-1} = F^t_{00\frac{3}{2}-\frac{1}{2}}$	0	0	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$
$F_{11} = F^t_{00\frac{1}{2}\frac{1}{2}}$	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$F_{1-1} = F_{00\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}$	0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$

α) Contribution des résultats de 11,6 GeV/c à l'étude de la trajectoire effective.

Avec les deux conditions suivantes qui sont vérifiées ici : un seul pole échangé, et Δ^2 (minimum) très voisin de zéro, la section efficace différentielle peut être écrite d'après MATHEWS [29] sous la forme approchée :

$$\frac{d\sigma}{dt} \sim \frac{F(t)}{p_{lab}^2} \left(\frac{s-u}{2}\right)^{2\alpha}$$

p_{lab} est l'impulsion incidente dans le laboratoire, et s est le carré de l'énergie disponible dans le centre de masse général ; les quantités t et u sont définies par :

$$t = -\Delta^2_{p\to p\pi^+}$$

$$u = m^2_{\pi^o} + m^2_{\pi^+} + m^2_p + m^2_\Delta - s - t$$

$F(t)$ est une fonction de t seulement.

Plaçons-nous dans un intervalle de t donné ; si l'on porte en coordonnées logarithmiques la valeur moyenne de $p^2_{lab}\frac{d\sigma}{dt}$ en fonction de $\frac{s-u}{2}$ pour différentes valeurs de $s-u$, la pente de la droite ajustée sera 2α. Si on recommence cette opération en choisissant d'autres intervalles de t, on peut déterminer la variation $\alpha(t)$. Avec des données de plus basse énergie, Mathews a déterminé ainsi la trajectoire effective.

On a comparé comment se plaçaient les valeurs de $p^2_{lab}\frac{d\sigma}{dt}$ à 11,6 GeV/c par rapport aux droites de pente 2α obtenues dans cette référence. Les résultats sont résumés ci-dessous et la comparaison peut être faite en examinant la fig. 20.

- Table VII -

t (GeV/c)^2	0-0,05	0,05-0,1	0,10-0,15	0,15-0,20	0,20-0,25
$(s-u)/2$ (GeV)^2	21,59	21,565	21,54	21,515	21,49
$p^2_{lab}\frac{d\sigma}{dt}$ (mb)	56±9	42,5±8	38±7	14,5±4	16,5±5

On observe sur cette figure que les points obtenus à 11,6 GeV/c se placent au voisinage des droites ajustées. Un des résultats de la réf. [29] est que la trajectoire déterminée avec les données du canal $\pi^+p \to \pi^o\Delta^{++}$ est compatible avec celle obtenue dans la réaction d'échange de charge $\pi^-p \to \pi^o n$, avec une statistique bien plus élevée En outre, dans les deux cas, l'extrapolation de la trajectoire montre qu'elle passe, aux erreurs près, par les valeurs $\alpha = 1$ et $t = 0,585$ qui correspondent à la particule ρ.

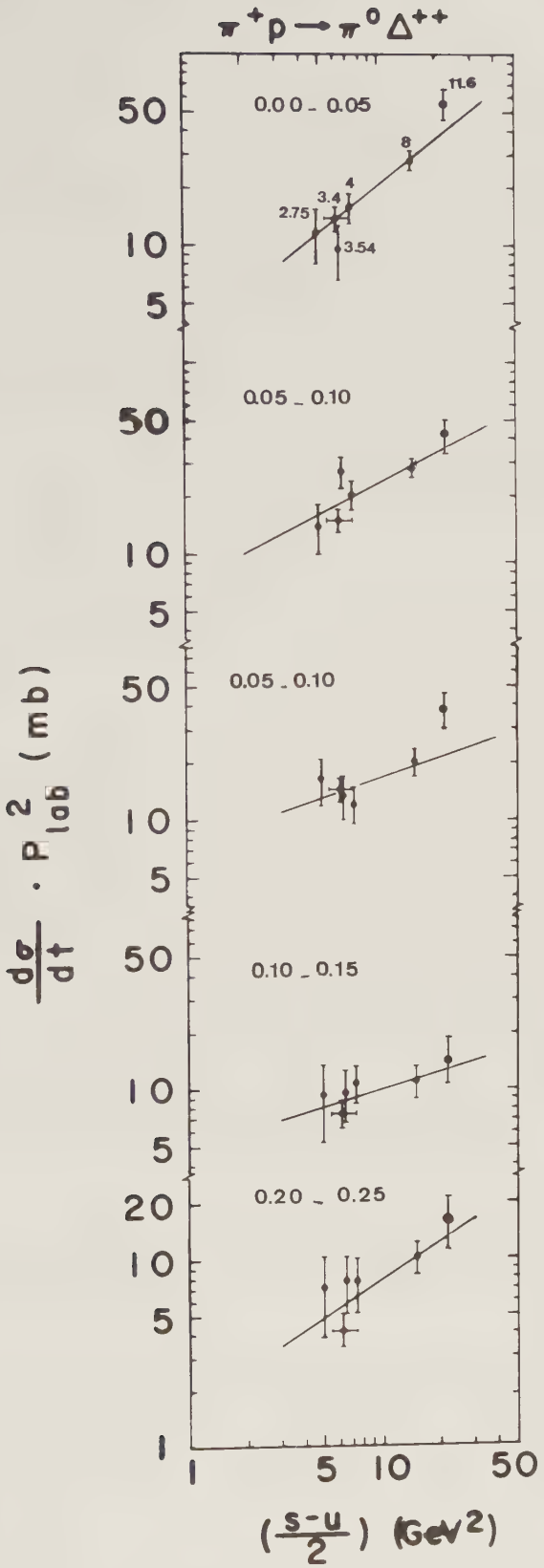


Fig. 20 : Distribution de la quantité $p_{lab}^2 \frac{d\sigma}{dt}$ en fonction de $\frac{s-u}{2}$ pour cinq intervalles de $\Delta^2_{p\to p\pi^+}$ de 0,05 $(GeV/c)^2$, allant de 0 à 0,25 $(GeV/c)^2$. Les expériences à 2,75 - 3,4 - 3,54 - 4 - 8 et 11,6 GeV/c sont reportées. Les droites proviennent d'un ajustement sur les cinq premières expériences.

Ceci signifie qu'un même objet, le ρ , est échangé dans ces deux réactions. Les résultats obtenus à 11,6 GeV/c ne sont pas en contradiction avec ces conclusions dans la limite des erreurs. Disons enfin qu'une determination plus précise de cette trajectoire sera faite quand on disposera de la totalité de la statistique ; on y inclura également des données d'expériences plus récentes, expériences qui sont indiquées au paragraphe suivant.

Il a été retenu pour la détermination des paramètres des résidus, la trajectoire du ρ obtenue par DEREM et DE BRION [32] avec les données de la réaction d'échange de charge. On a pris

$$\alpha = 0{,}86\ t + 0{,}5$$

β) Détermination des paramètres des résidus

Les quatre amplitudes d'hélicité de la voie croisée sont construites suivant un formalisme développé par JACKSON et HITE [37] et RENNINGER et SARMA [33] à partir des amplitudes invariantes. D'autres auteurs, MAOR et KRAMMER [27] ont paramétrisé les amplitudes d'hélicité par une méthode différente mais leurs calculs ont fait l'objet de critiques dans l'article de JACKSON et HITE : ils sont en effet inexacts car ils ne tiennent pas compte de toutes les singularités cinématiques existantes. Par suite nous n'avons pas utilisé ces calculs.

Dans le cas de l'échange de ρ , les amplitudes invariantes sont :

$$A = A_o(\alpha+1)(\alpha+3)(i+tg\frac{\pi\alpha}{2})(\frac{s-u}{2S_o})^{\alpha}$$

$$B = B_o\alpha(\alpha+1)(\alpha+3)(i+tg\frac{\pi\alpha}{2})(\frac{s-u}{2S_o})^{\alpha-1}$$

$$C = \frac{C_o}{B_o}\,B$$

$$D = D_o\alpha(\alpha^2-1)(\alpha+3)(i+tg\frac{\pi\alpha}{2})(\frac{s-u}{2S_o})^{\alpha-2}$$

s et u ont été définis au paragraphe précédent.

S_o est le paramètre d'échelle, qui a été supposé fixe et égal à 1 GeV^2

α est la trajectoire du ρ ,

Le terme $(i+tg\frac{\pi\alpha}{2})$ est le facteur de signature ; les termes $\alpha+1$ et $\alpha+3$ sont introduits pour supprimer les infinis donnés à $\alpha = -1$ et $\alpha = -3$ par la quantité $tg\frac{\pi\alpha}{2}$.

A_o , B_o , C_o et D_o sont les fonctions résidues inconnues. Elles ont été choisies de la forme $a_i e^{b_i t}$ où a_i et b_i sont les paramètres à déterminer. Cette forme exponentielle permet de corriger un mauvais choix éventuel de la valeur de S_o .

La construction explicite de ces amplitudes invariantes et la justification de leur paramétrisation sont données en [33].

Les amplitudes d'hélicité sont obtenues [33], [37], à partir des amplitudes invariantes, suivant la procédure décrite par JACOB et WICK [59]. L'utilisation de cette méthode permet, selon JACKSON et HITE, d'obtenir des amplitudes débarrassées automatiquement des singularités cinématiques à $t = 0$, $t = (m_p + m_\Delta)^2$, $t = (m_\Delta - m_p)^2$, sur la limite de la région physique, et d'inclure les relations qui existent entre ces amplitudes aux points cinématiquement singuliers. Elles ont pour expression, en fonction des amplitudes invariantes :

$$F_{11} = \frac{-A(t-\Delta^2)^2(t-M^2)-C(t-\Delta^2)V_1+D(4m_\Delta\phi-V_1V_2)}{\sqrt{3}\, m_\Delta\sqrt{M^2-t}(t-\Delta^2)}$$

$$F_{1-1} = \frac{2\sqrt{3}\,\sqrt{\phi}\,\left[B(t-M^2)(t-\Delta^2)+C(t-\Delta^2)+D(V_2+V_1/m_\Delta)\right]}{3\sqrt{M^2-t}(t-\Delta^2)}$$

$$F_{31} = \frac{2\sqrt{\phi}\,\left[B(t-M^2)(t-\Delta^2)-C(t-\Delta^2)-DV_2\right]}{\sqrt{M^2-t}(t-\Delta^2)}$$

$$F_{3-1} = \frac{4\phi D}{\sqrt{M^2-t}(t-\Delta^2)}$$

dans lesquelles on a :

$$M = m_p + m_\Delta \quad , \quad \Delta = m_\Delta - m_p \quad , \qquad \mu = m_{\pi^+} + m_{\pi^o} \quad \text{et} \quad \delta = m_{\pi^o} - m_{\pi^+}$$

D'autre part :

$$V_1 = (t+M\Delta)(s-u) + \mu\delta(\Delta^2+M\Delta+M^2-t)$$

$$V_2 = \Delta(s-u) + \mu\delta M$$

ϕ définit la région physique des trois réactions s , t et u c'est à dire $\pi^+ p \to \pi^o \Delta^{++}$, $\pi^+ \pi^o \to \bar{p}\Delta^{++}$ et $\pi^- \Delta^{++} \to \pi^o p$. Son expression est donnée par :

$$\phi = s\,t\,u - t(m_{\pi^+}^2 - m_p^2)(m_{\pi^o}^2 - m_\Delta^2) - s(m_\Delta^2 - m_p^2)(m_{\pi^o}^2 - m_{\pi^+}^2) -$$
$$- (m_{\pi^+}^2 m_\Delta^2 - m_{\pi^o}^2 m_p^2)(m_\Delta^2 - m_p^2 - m_{\pi^o}^2 + m_{\pi^+}^2)$$

La section efficace différentielle s'exprime à l'aide des amplitudes d'hélicité par la relation

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{|F_{11}|^2 + |F_{1-1}|^2 + |F_{31}|^2 + |F_{3-1}|^2}{32\pi[S-(m_p + m_{\pi^+})^2][S-(m_p - m_{\pi^+})^2]} \qquad (5)$$

Les éléments de la matrice densité sont donnés à l'aide des mêmes amplitudes par l'expression [34] :

$$\rho_{\lambda_3\lambda_3'} = \frac{\sum_{\lambda_1\lambda_2\lambda_4} F_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4} \cdot F^*_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3'\lambda_4}}{\sum_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4} |F_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}|^2} \qquad (6)$$

dans laquelle $\lambda_3(\lambda_3')$ est l'hélicité de l'isobare, tandis que λ_1 , λ_2 et λ_4 sont les hélicités des trois autres particules. Les sommations s'effectuent sur les 8 amplitudes, indépendantes ou non.

En tenant compte en outre des relations (4) on obtient :

$$\rho_{33} = \frac{|F_{31}|^2 + |F_{3-1}|^2}{N}$$

$$\mathrm{Re}\rho_{31} = \mathrm{Re}\,\frac{F_{31}\,F^*_{11} + F_{3-1}\,F^*_{1-1}}{N} \qquad (7)$$

$$\mathrm{Re}\rho_{3-1} = \mathrm{Re}\,\frac{F_{31}\,F^*_{1-1} - F_{3-1}\,F^*_{11}}{N}$$

avec $N = \sum_{1}^{8} \left|F_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}\right|^2 = 2\left[|F_{31}|^2 + |F_{3-1}|^2 + |F_{11}|^2 + |F_{1-1}|^2\right]$

Les expressions (5) et (7) permettent donc de calculer, à l'aide des paramètres a_i et b_i, les sections efficaces différentielles et les éléments de la matrice densité en fonction de t. Le problème consiste à déterminer l'ensemble des valeurs de a_i et b_i qui donnent le meilleur ajustement possible des courbes calculées sur les données expérimentales.

L'ajustement se fait par une méthode de moindres carrés à l'aide du programme "MINUIT". Ce programme minimise une fonction appelée χ^2, qui dépend pour chaque point considéré de l'écart entre la valeur calculée et la valeur expérimentale, ainsi que de l'erreur expérimentale.

Cette fonction est égale à $\chi^2 = \sum_{1}^{N} \left| \frac{Y_{\text{calculée}} - Y_{\text{expér.}}}{\Delta Y_{\text{expér.}}} \right|^2$

la sommation s'effectuant sur tous les points expérimentaux disponibles, aussi bien sur les valeurs de $\frac{d\sigma}{dt}$ que sur celles des ρ_{ij}.

Les distributions expérimentales qui ont été retenues sont les sections efficaces différentielles des expériences à 2,67 GeV/c [24], 3,4 GeV/c [24], 4 GeV/c [17], 5 GeV/c [18], 8 GeV/c [19] et 11,6 GeV/c ainsi que les éléments de matrice densité correspondants, excepté ceux de 5 GeV/c. Cet ensemble de valeurs comprend $N = 154$ points expérimentaux.

On a introduit dans l'ajustement les conditions suivantes :

- Le modèle étant valable essentiellement à impulsion incidente élevée, les données des deux expériences de plus basse énergie ont été pondérées de manière à ce que l'ajustement y soit moins sensible : les erreurs expérimentales sont multipliées par un facteur arbitraire égal à 2 pour les points à 2,67 GeV/c et à $\sqrt{2}$ pour les points à 3,4 GeV/c.

- De même le modèle est principalement valable à faible moment transféré. Mais un ajustement fait sur les points où $|t|$ est plus petit que 2 $(GeV/c)^2$ n'est pas sensiblement meilleur que lorsqu'il est fait à tout t : la seule amélioration sensible se situe au deuxième minimum de l'expérience à 2,67 GeV/c pour $t \sim -2,8$ $(GeV/c)^2$ (fig. 21). En effet ce minimum ne peut pas être interprété avec des résidus de la forme $a_i e^{b_i t}$. Pour en tenir compte et par là étendre le modèle de façon simple à tout moment de transfert, les quatre résidus ont été multipliés par un terme polynomial $\alpha+2$ qui annule les 4 amplitudes à $t = -2,9$ $(GeV/c)^2$; ceci n'est qu'une approximation et un calcul rigoureux devrait tenir compte de la voie u : on est en effet proche du $|t|$ maximum à l'impulsion considérée, qui est de 3,72 $(GeV/c)^2$. Mais le peu de données disponibles à grand moment de transfert rend inutile des calculs plus détaillés et la simple adjonction des facteurs $\alpha+2$ est suffisante pour rendre compte de l'allure du spectre à 2,67 GeV/c à tout t ; par ailleurs elle permet de conserver une bonne représentation à grand $|t|$ des distributions aux autres impulsions.

γ) Discussion des résultats

Dans le cas où tous les paramètres sont libres, (ajustement à 8 paramètres) les courbes obtenues sont reportées en fig. 21 pour les sections efficaces différentielles, en fig. 22 pour les éléments de la matrice densité. Celles concernant les ρ_{ij} ne varient pratiquement pas avec l'énergie, et une seule courbe pour chaque élément a été tracée. Afin de ne pas surcharger la fig. 22,

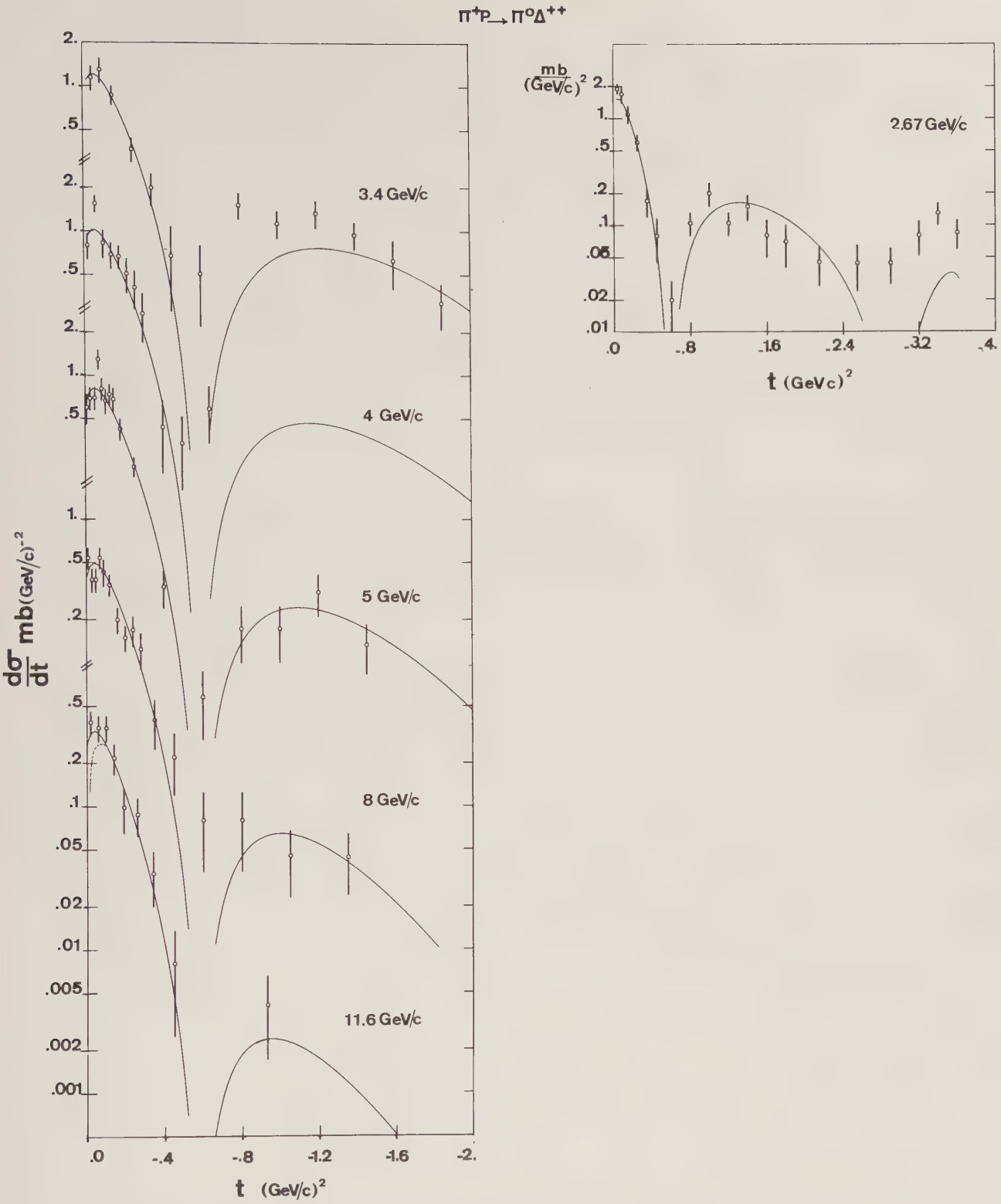


Fig. 21 : Sections efficaces différentielles de la réaction $\pi^+p \rightarrow \pi^o\Delta^{++}$ pour les expériences de 2,67 - 3,4 - 4 - 5 - 8 et 11,6 GeV/c. Les courbes sont le résultat du calcul donné par le modèle des pôles de Regge (paragraphe B.I.3d). La courbe en pointillé à l'impulsion de 11,6 GeV/c résulte de l'ajustement avec l'amplitude B seule (2 paramètres).

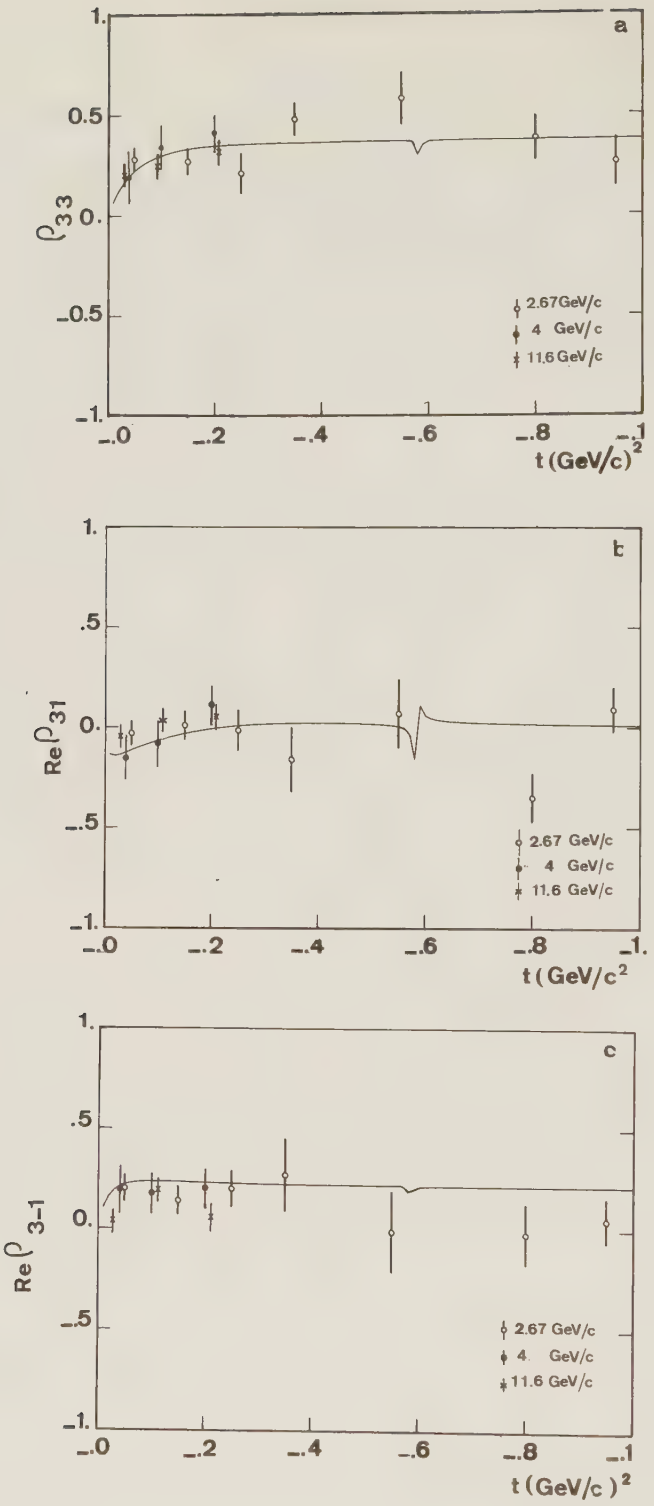


Fig. 22 : Eléments ρ_{33} , $Re\rho_{31}$ et $Re\rho_{3-1}$ de la matrice densité en fonction de $\Delta^2_{p\to p\pi^+}$ aux trois impulsions incidentes de 2,67 - 4 et 11,6 GeV/c. Les courbes sont le résultat de l'ajustement donné par le modèle de Regge (paragraphe B.I.3d).

les valeurs expérimentales des ρ_{ij} ont été reportées partiellement : on a choisi le lot de valeurs correspondant à une expérience de basse impulsion (2,67 GeV/c), d'impulsion intermédiaire (4 GeV/c) et de celle à 11,6 GeV/c. On trouvera dans l'Appendice la liste complète des données expérimentales utilisées pour cet ajustement.

Si on excepte l'expérience à 2,67 GeV/c à l'avant, les courbes représentatives des sections efficaces différentielles s'ajustent bien dans l'ensemble. Les valeurs expérimentales légèrement trop élevées observées à faible énergie comparativement aux prédictions sont des effets également vus pour la réaction d'échange de charge $\pi^- p \to \pi^0 n$ [32].

Cette différence peut s'expliquer [24] par des effets de voie directe S , comme la création intermédiaire de l'isobare Δ^{++}_{2420} qui se désintègre en $\Delta^{++}_{1236} + \pi^0$, et dont la production est importante à 2,67 GeV/c.

Les courbes représentant les éléments de matrice densité sont également en accord, excepté pour $\mathrm{Re}\rho_{3-1}$ à 11,6 GeV/c. Les perturbations présentées par les courbes théoriques à $t = -0{,}6$ $(\mathrm{GeV/c})^2$ n'ont pas de signification physique. Elles sont dues à la forme de la paramétrisation adoptée (mécanisme de minimum) qui annule les trois amplitudes B, C, D à cette valeur de t [56], et au fait que l'amplitude A restante est d'après l'ajustement (voir table VIII), très voisine de zéro à cette même valeur. L'examen des ρ_{ij} calculés à l'aide des expressions (7) montre qu'ils sont nuls (ρ_{33}) ou de la forme $\frac{\varepsilon}{\varepsilon}$ ($\mathrm{Re}\rho_{31}$ et $\mathrm{Re}\rho_{3-1}$), pour ces valeurs de A, B, C et D.

La détermination des paramètres a_i et b_i obtenue est donnée en table VIII.

Outre l'ajustement à 8 paramètres, on porte les valeurs obtenues dans deux autre cas (ajustement à 6 paramètres et à 2 paramètres), qui seront discutés plus loin.

- Table VIII -

Amplitudes invariantes	Paramètres a_i b_i	Ajustement à 8 paramètres	Ajustement à 6 paramètres	Ajustement à 2 paramètres
A	a_1 GeV^{-2}	$-9,2 \pm 1,7$	$-6,9 \pm 1,4$	
	b_1 GeV^{-2}	$10,8 \pm 0,4$	$11,2 \pm 0,3$	
B	a_2 GeV^{-4}	$1,65 \pm 0,13$	$1,8 \pm 0,10$	$2,00 \pm 0,04$
	b_2 GeV^{-2}	$-0,61 \pm 0,02$	$-0,53 \pm 0,01$	$-0,38 \pm 0,06$
C	a_3 GeV^{-2}	$3,7 \pm 1,8$		
	b_3 GeV^{-2}	$6,1 \pm 1,0$		
D	a_4 GeV^{-3}	$-1,2 \pm 0,4$	$-0,6 \pm 0,2$	
	b_4 GeV^{-2}	$2,1 \pm 0,1$	$1,3 \pm 0,1$	

Les erreurs sur les paramètres sont calculées par le programme "MINUIT".

Sur la table IX sont portés pour chaque expérience, le nombre des points expérimentaux et les χ^2 partiels relatifs aux $\frac{d\sigma}{dt}$ et aux ρ_{ij} .

- Table IX -

Impulsion (GeV/c)	Type de donnée	Facteur multiplicatif des erreurs	Nombre de points Expérimentaux	χ^2 partiels		
				Cas à 8 paramètres	Cas à 6 paramètres	Cas à 2 paramètres
2,67	$\frac{d\sigma}{dt}$	2	19	14,6	15,5	19,3
	ρ_{ij}	2	21	7,9	8,4	7,8
3,4	$\frac{d\sigma}{dt}$	1,414	13	15,0	14,9	19,8
	ρ_{ij}	1,414	22	18,1	19,2	18,5
4	$\frac{d\sigma}{dt}$	1	11	18,1	18,8	27,2
	ρ_{ij}	1	9	2,6	3,5	6,3
5	$\frac{d\sigma}{dt}$	1	16	17,3	19,8	39,3
8	$\frac{d\sigma}{dt}$	1	16	21,0	20,1	48,3
	ρ_{ij}	1	9	8,8	7,7	16,9
11,6	$\frac{d\sigma}{dt}$	1	9	5,3	5,7	16,8
	ρ_{ij}	1	9	20,3	19,5	35,0
Total			154	149,0	153,1	255,2

La table VIII montre que les termes en exposant b_1 , b_3 , b_4 sont élevés et positifs, ce qui indique que les amplitudes A , C , D n'interviennent qu'à faible moment de transfert. Par contre le terme en exposant b_2 du résidu de l'amplitude B est faible et négatif, ce qui indique que B intervient à toute valeur de t , et est prédominant à $|t|$ élevé. Le calcul explicite des normes des quatre amplitudes confirme par ailleurs que B est le seul terme non négligeable pour des valeurs de $|t|$ supérieures à 0,6 $(GeV/c)^2$.

D'autre part, l'erreur δa_3 sur le terme a_3 étant élevée, on peut envisager le cas ou la contribution de l'amplitude C est négligeable. Un ajustement faisant intervenir A , B et D seulement (6 paramètres) a été par suite effectué. Le χ^2 obtenu dans ce cas est très peu supérieur à celui déterminé avec les 8 paramètres. On obtient en effet $\chi^2 = 153,1$ au lieu de $\chi^2 = 149,0$ (table IX). En outre, on peut voir sur la table VIII que les valeurs des paramètres changent assez peu, d'un ajustement à l'autre.

L'hypothèse de la dominance du couplage dipolaire magnétique M_1 du modèle de Stodolski et Sakuraï conduit aux conditions $B \neq 0$, $A = C = D = 0$ [33]. Un ajustement avec l'amplitude B seulement (2 paramètres) montre que le χ^2 obtenu est nettement supérieur Le désaccord porte surtout, en ce qui concerne les sections efficaces différentielles, sur les données d'énergie élevée et de très faible moment de transfert. Ceci est dû à une redescente trop rapide de cette amplitude lorsque t tend vers zéro (ligne pointillée de la fig. 21). Pour les éléments de matrice ρ_{ij} , leur calcul à partir des expressions (7) permet de retrouver dans le cas ou B est la seule amplitude, les prédictions de la dominance de M_1 , c'est-à-dire $\rho_{33} = 0,375$, $Re\rho_{31} = 0$ et $Re\rho_{3-1} = 0,216$ (table V) quel que soit S et t . A faible énergie, le fait d'ajouter les termes A et D à l'amplitude B améliore très peu l'ajustement comme le montrent les valeurs des χ^2 partiels pour ces éléments ρ_{ij} (table IX). Par contre, on voit que l'amélioration est importante pour les éléments ρ_{ij} à énergie plus élevée, supérieure ou égale à 4 GeV/c.

En conclusion, par rapport à l'hypothèse du couplage M_1 prédominant l'adjonction de termes correctifs représentés par les amplitudes A et D permet de mieux décrire les phénomènes, à grande énergie et aux faibles moments de transfert.

e) Test de THEWS et RINGLAND [36]

Si une seule trajectoire, le ρ , est échangée dans le mécanisme de production du $\Delta^{++}(1236)$, on démontre que la quantité $X = \rho_{33}\,\rho_{11} - (Re\rho_{31})^2 - (Re\rho_{3-1})^2$ est nulle. Ceci se vérifie facilement en calculant X à partir des expressions (7), et en tenant compte de la condition $\rho_{11} = \frac{1}{2} - \rho_{33}$. Inversement, si on trouve que les valeurs expérimentales de X sont différentes de zéro, l'échange de ρ seul est insuffisant à décrire le mécanisme et d'autres trajectoires (ou des coupures dans le plan du moment angulaire complexe) doivent intervenir.

Sur la table X sont reportées les valeurs de X obtenues, à 11,6 GeV/c dans trois intervalles de $\Delta^2_{p\to p\pi^+}$.

- Table X -

$\Delta^2_{p\to p\pi^+}$ $(GeV/c)^2$	$0<\Delta^2<0,06$	$0,06<\Delta^2<0,14$	$0,14<\Delta^2<0,26$
X*	$0,06\pm0,02$	$0,03\pm0,03$	$0,05\pm0,02$

On voit que cette quantité n'est pas nulle et l'écart semble important aux faibles $\Delta^2_{p\to p\pi^+}$, c'est-à-dire lorsque la production de l'isobare est la plus forte, Ces résultats confirment ceux obtenus à 8 GeV/c [24] et que l'on peut voir sur la fig. 23. Par contre les valeurs de X semblent compatibles avec zéro à énergie plus faible comme le montrent les résultats des expériences à 2,67 GeV/c et 3,4 GeV/c {[24] et (fig. 23)}.

---

* L'erreur sur X est calculée d'après l'expression

$$dX = \left\{\left[d\rho_{33}(2\rho_{33} - \tfrac{1}{2})\right]^2 + \left[2Re\rho_{31}\,d(Re\rho_{31})\right]^2 + \left[2Re\rho_{3-1}\,d(Re\rho_{3-1})\right]^2\right\}^{\frac{1}{2}}$$

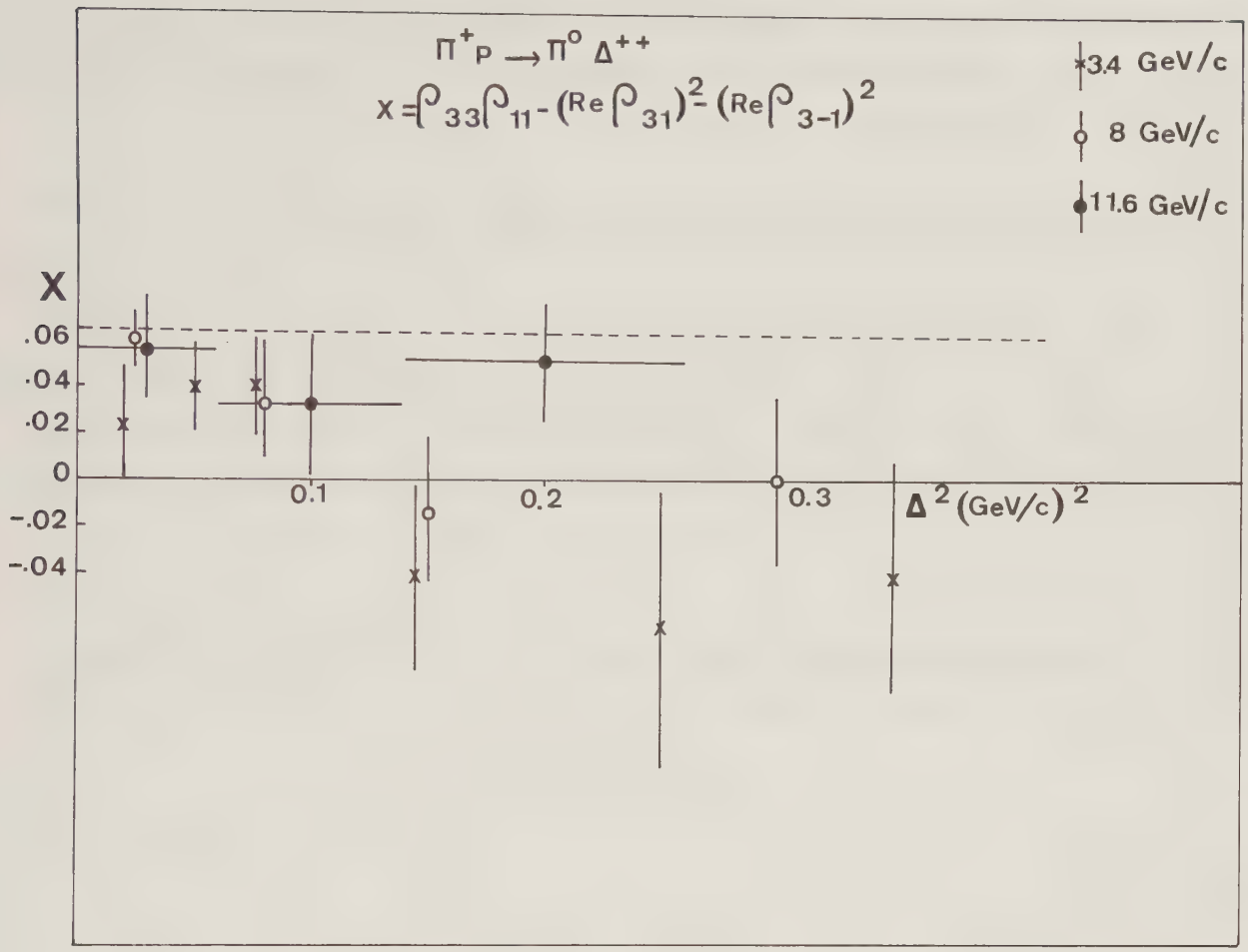


Fig. 23 : Valeurs de $X = \rho_{33}\,\rho_{11} - (Re\rho_{31})^2 - (Re\rho_{3-1})^2$ en fonction du quadrimoment transféré au carré $\Delta^2_{p\to p\pi^+}$. Les résultats des expériences à 3,4 , 8 et 11,6 GeV/c sont reportés. La ligne pointillée représente la limite supérieure de X (X = 0,0625).

Il semble donc qu'à grande impulsion la production du Δ^{++} à l'aide du seul échange de ρ ne soit pas tout à fait satisfaisante.

Il est à noter que l'addition du ρ' comme particule échangée, modifie très peu les valeurs calculées de X , après ajustement [55]. On trouve en effet que X est de l'ordre de 10^{-5}, et est peu dépendant de Δ^2 . Ceci signifie que l'addition du ρ' comme trajectoire échangée supplémentaire ne permet pas d'expliquer cet effet.

4°) Etude de la réaction à quasi deux corps $\pi^+ p \to \rho^+ p$

a) Résultats expérimentaux

Nous avons observé en fig. 12 la production du ρ^+ . Sa masse et sa largeur sont estimées respectivement à M_o = 780 MeV , et Γ_o = 180 MeV , tandis que la section efficace du canal $\rho^+ p$ est de $\sigma = 100 \pm 20$ µb . Signalons également que celle du canal $\pi^+ p \to g^+ p$ est de 25 ± 10 µb .

La section efficace de production du ρ^+ décroît fortement avec l'énergie comme le montre la table XI.

- Table XI -

Impulsion (GeV/c)	1,6	2,08	2,75	3,54	4	8	11,6
$\sigma_{\rho+}$ (mb)	$2,0 \pm 0,08$	$2,07 \pm 0,15$	$0,9 \pm 0,1$	0,25	0,34	$0,12 \pm 0,04$	$0,10 \pm 0,02$

- La production du ρ^+ est très périphérique (fig. 14) et la distribution en $\Delta^2_{p\to p}$ a un comportement exponentiel en $e^{-a\Delta^2}$ (fig. 24). La valeur de la pente est estimée à $a = 7,8 \pm 1,0$ $(GeV/c)^{-2}$ pour un intervalle de $\Delta^2_{p\to p}$ compris entre 0,05 et 0,3 $(GeV/c)^2$. La distribution présente une redescente pour des valeurs de $\Delta^2_{p\to p}$ inférieur à 0,05 $(GeV/c)^2$ mais nous avons vu que ceci peut provenir en partie, de pertes d'événements au dépouillement. Elle présente également un minimum à $\Delta^2_{p\to p} = 0,5$ $(GeV/c)^2$ qui peut s'interpréter dans le cadre d'un modèle de Regge appliqué à la production du ρ^+

[58] par le passage par zéro de la trajectoire du ω . Ce minimum est également observé dans d'autres expériences, telles que celles à 8 GeV/c [19] et à 5 GeV/c [18].

- Les angles polaires θ et φ dans le système de Jackson sont définis de la manière suivante (le système de référence étant celui du dipion) :

$$\cos\theta = \frac{\vec{p}_{\pi\ \text{inc.}} \cdot \vec{p}_{\pi^o}}{|\vec{p}_{\pi\ \text{inc.}}||\vec{p}_{\pi^o}|} \quad \text{et} \quad \cos\varphi = \frac{(\vec{p}_{p\ \text{inc.}} \wedge \vec{p}_p)(\vec{p}_{\pi\ \text{inc.}} \wedge \vec{p}_{\pi^o})}{|\vec{p}_{p\ \text{inc.}} \wedge \vec{p}_p||\vec{p}_{\pi\ \text{inc.}} \wedge \vec{p}_{\pi^o}|}$$

La distribution angulaire de l'angle θ est assez proche d'une courbe du second degré, ce qui est compatible avec l'attribution de spin 1 pour le ρ^+ (fig. 25). Celle de l'angle φ ne semble pas complètement isotrope, mais l'anisotropie est trop faible pour dire qu'il y a désaccord avec le modèle d'échange de pion (OPE).

- Les éléments de la matrice densité au vertex de désintégration du ρ^+ ont été, comme pour le Δ^{++} , calculés par la méthode des moments [25]. Ils ont pour expression :

$$\rho_{00} = \frac{< 5\cos^2\theta - 1 >}{2}$$

$$\rho_{1-1} = -\frac{5}{4} < \sin^2\theta \cos 2\varphi > \qquad (8)$$

$$\mathrm{Re}\rho_{10} = -\frac{5}{4\sqrt{2}} < \sin 2\theta \cos\varphi >$$

Leurs valeurs, à tout moment de transfert, sont respectivement :

$$\rho_{00} = 0{,}56 \pm 0{,}04$$

$$\rho_{1-1} = 0{,}10 \pm 0{,}04$$

$$\mathrm{Re}\rho_{10} = -0{,}16 \pm 0{,}05$$

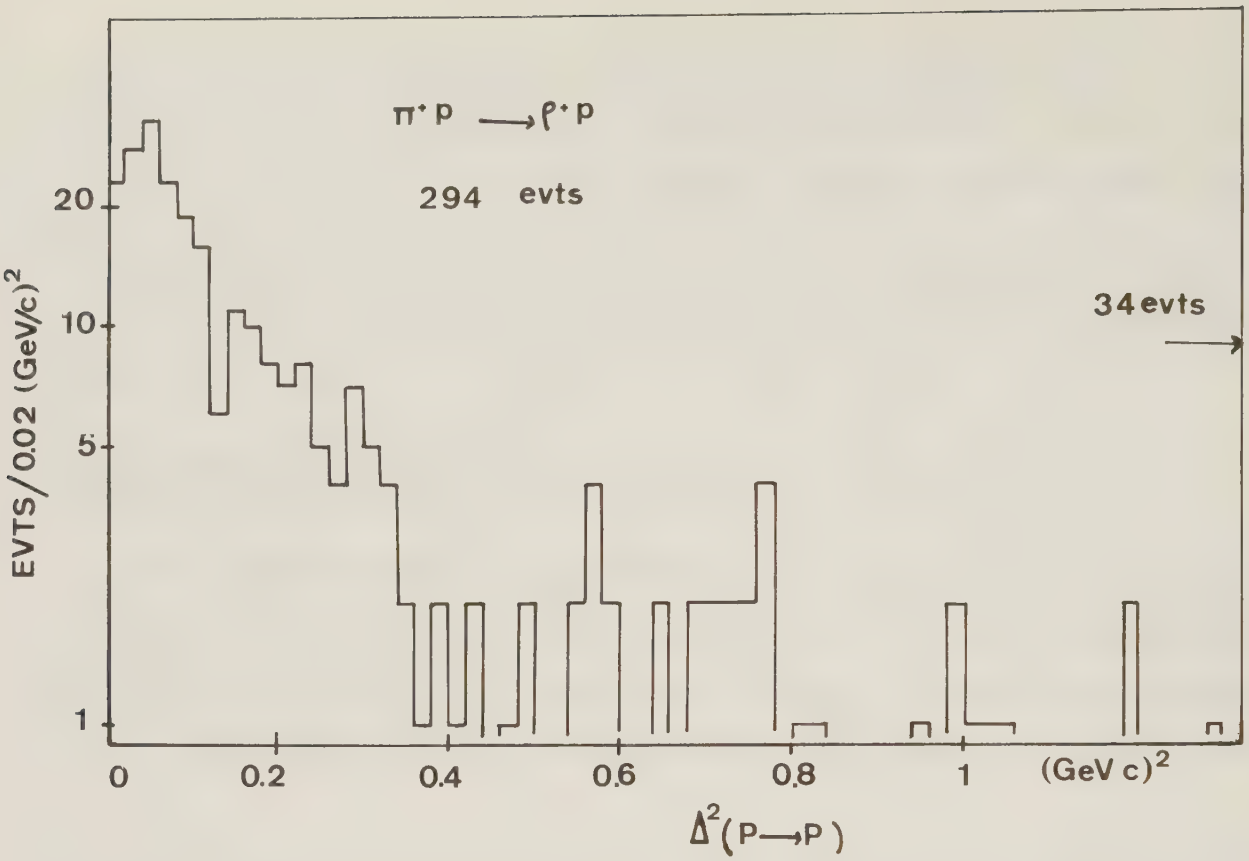


Fig. 24 : Distribution du carré du quadrimoment transféré dans la région de masse du ρ^+ ($0{,}68 < M_{\pi^+\pi^0} < 0{,}88$ GeV).

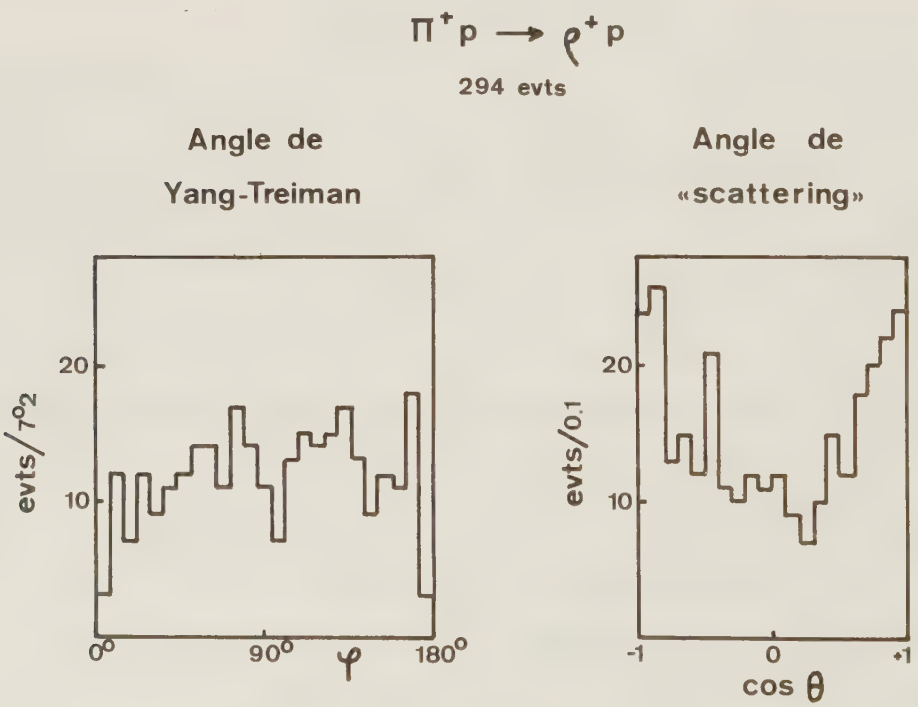


Fig. 25 : Distribution des angles de "scattering" et de Treiman-Yang dans la région de masse du ρ^+ .

On peut vérifier qu'elles satisfont aux deux relations de contrainte données par la propriété de positivité de la matrice de polarisation [38] :

$$\mathrm{Re}\rho_{10} \leqslant \frac{1}{2}\sqrt{\rho_{00}(1-\rho_{00}-2\rho_{1-1})}$$

et

$$|\rho_{1-1}| \leqslant \frac{1-\rho_{00}}{2}$$

b) Application du formalisme d'Ader, Capdeville et Salin

La production du ρ^+ peut s'interpréter d'après le modèle de Regge par l'échange des trajectoires du π, du ω, du A_1 et du A_2 dans la réaction croisée

$$\pi^+\rho^- \to \bar{p}p \qquad [58]$$

Le nombre de paramètres inconnus est donc élevé ; il peut être fortement réduit si l'on fait une analyse des données expérimentales suivant le formalisme décrit par Ader, Capdeville et Salin [39]. Celui-ci permet d'établir en effet quelle est la contribution respective dans la production du ρ^+ des trajectoires passant par des particules de "naturalité" différente.

La naturalité se définit par $A = \eta(-1)^s$, η étant la parité intrinsèque, s le spin.

On voit que $A = -1$ pour le pion et le A_1, et $+1$ pour le ω et le A_2. Les deux premières particules sont dites de parité non naturelle, le ω et le A_2 de parité naturelle.

Soit $\sigma^{\pm}_{\lambda_3}$ le pourcentage de la section efficace de production du ρ^+ (dans un état d'hélicité λ_3) qui est due à l'échange d'objets de naturalité $\pm$. On a :

$$2\sigma^{\pm}_{\lambda_3} = \rho_{\lambda_3\lambda_3} \pm \varepsilon\rho_{\lambda_3-\lambda_3}$$

avec

$$\varepsilon = \eta_3\eta_1(-1)^{s_3-s_1}(-1)^{\lambda_3-\lambda_1}$$

η_3 , s_3 et λ_3 sont respectivement la parité intrinsèque, le spin et l'hélicité du ρ^+ , η_1 , s_1 et λ_1 étant les mêmes quantités pour le pion incident ; enfin les termes $\rho_{\lambda_i\lambda_j}$ sont les éléments de matrice densité. On voit facilement que :

$$\varepsilon = +1 \quad \text{lorsque} \quad \lambda_3 = \pm 1$$

$$\varepsilon = -1 \quad \text{lorsque} \quad \lambda_3 = 0 \ .$$

Lorsque le ρ^+ est produit dans un état d'hélicité $\lambda_3 = 0$ ceci donne comme pourcentages :

$$\sigma_0^+ = 0 \qquad (10)$$

$$\sigma_0^- = \rho_{00}$$

et dans les deux états $\lambda_3 = \pm 1$:

$$\sigma_1^+ = \frac{\rho_{11} + \rho_{1-1}}{2} \quad \text{et} \quad \sigma_{-1}^+ = \frac{\rho_{-1-1} + \rho_{-11}}{2} \qquad (11)$$

$$\sigma_1^- = \frac{\rho_{11} - \rho_{1-1}}{2} \quad \text{et} \quad \sigma_{-1}^- = \frac{\rho_{-1-1} - \rho_{-11}}{2}$$

En sommant sur les trois états d'hélicité λ_3 possibles du ρ^+ , et en utilisant les relations entre les ρ_{ij} dans le cas d'un spin 1, on trouve :

$$\sigma^-_{total} = \sigma_1^- + \sigma_0^- + \sigma_{-1}^- = \rho_{00} + \rho_{11} - \rho_{1-1}$$

$$\sigma^+_{total} = \sigma_1^+ + \sigma_0^+ + \sigma_{-1}^+ = \rho_{11} + \rho_{1-1}$$

et par conséquent

$$\sigma^{\pi,A_1}_{total} = 0{,}68 \pm 0{,}05 \ \%$$

$$\sigma^{\omega,A_2}_{total} = 0{,}32 \pm 0{,}06 \ \%$$

Ceci semble donc indiquer une prédominance de l'échange des trajectoires de naturalité négative dans la production du ρ^+ . Bien que ce résultat permette de simplifier notablement le formalisme des pôles de Regge, il n'en a pas été fait d'application pour cette réaction.

5°) Etude du spectre de masse $p\pi^\circ$

Nous avons vu qu'il existe une large accumulation d'événements aux masses du complexe $p\pi^\circ$ comprises entre 1,1 et 1,7 GeV (fig. 11) Cette accumulation, à cause de sa largeur, peut difficilement être considérée comme une résonance. Elle n'est pas observée à faible impulsion comme par exemple dans l'expérience en π^+p à 1,6 GeV [13] et apparaît de plus en plus importante lorsque l'impulsion augmente [17].

Cet effet a parfois été attribué à un mécanisme diffractif. Deux modèles sont susceptibles de rendre compte de cet effet. Le premier, décrit par WALKER [41], est basé sur un mécanisme d'échange de pomeron sur lequel nous reviendrons plus loin. Le second est le modèle multiregge décrit par CHAN, LOSKIEWICZ et ALLISON [42].

Dans le cas particulier d'une réaction à trois corps dans l'état final, l'amplitude d'interaction se met sous la forme :

$$A \sim \frac{g_1 s_1 + ca}{s_1 + a} \left[\frac{s_1 + a}{a}\right]^{\alpha_1} \left[\frac{s_1 + b_1}{b_1}\right]^{t_1} \frac{g_2 s_2 + ca}{s_2 + a} \left[\frac{s_2 + a}{a}\right]^{\alpha_2} \left[\frac{s_2 + b_2}{b_2}\right]^{t_2} \qquad (12)$$

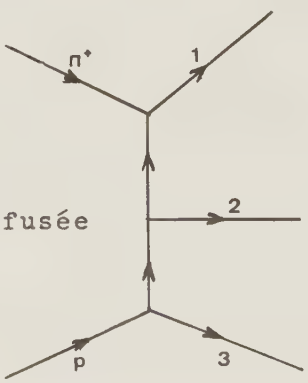
dans laquelle (i prenant successivement les valeurs 1 et 2) :

$$s_i = (p_i + p_{i+1})^2 - (m_i + m_{i+1})^2$$

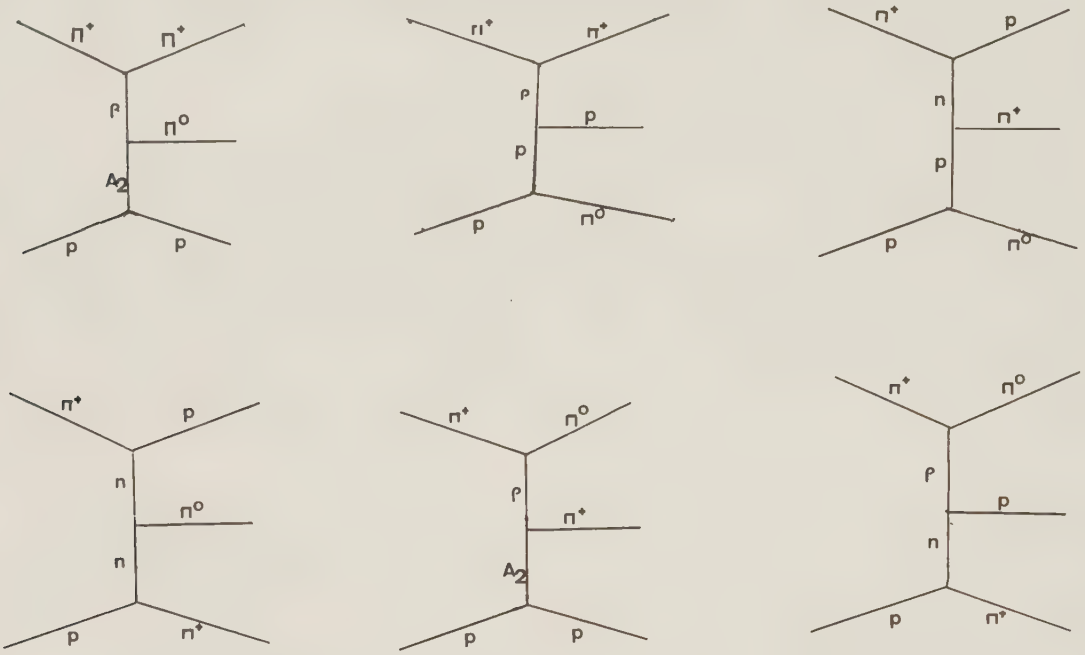
$$t_i = (p_{inc.} - \sum_{r=1}^{i} p_r)^2$$

p_i est la quadriimpulsion de la ième particule diffusée

m_i est sa masse et α_i est la valeur de la ième trajectoire pour $t_i = 0$.



Dans le cas présent, six amplitudes sont possibles et on supposera qu'elles interviennent avec un poids égal. Elles correspondent aux six possibilités ci-dessous :



Il a été admis que les seules trajectoires échangées possibles étaient celles passant par le ρ, le A_2 et le nucléon. Les constantes intervenant dans l'expression (12) sont choisies en accord avec la réf. [42]. C'est ainsi que les valeurs des trajectoires du ρ, du A_2 et du nucléon à $t = 0$ sont respectivement

$$\alpha_\rho = \alpha_{A_2} = 0{,}5 \qquad \text{et} \qquad \alpha_N = -0{,}35$$

Les constantes g_1, g_2 et c sont liées à la contribution relative d'échange du méson vecteur, du nucléon et au fond d'espace de phase. Elles ont pour valeur :

$$g_{\text{méson}} = 0{,}715 \qquad g_{\text{nucléon}} = 1{,}82 \qquad \text{et} \qquad c = 1 \quad .$$

On trouvera dans la même référence [42] la définition et la justification des valeurs prises pour a, b_1 et b_2. On a

$$a = 1\ (\text{GeV}/c)^2 \quad , \quad b_1 = 1\ \text{GeV}^2 \quad \text{et} \quad b_2 = 0{,}5\ \text{GeV}^2 \quad .$$

La méthode permettant de construire les distributions des masses invariantes, est la suivante :

Un programme de Monte-Carlo, "FOWL", engendre des événements satisfaisant à la cinématique de la réaction $\pi^+ p \to \pi^+ p\pi^\circ$.

Les trois masses invariantes calculées pour chaque événement sont pondérées par l'espace de phase statistique multiplié par la valeur moyenne des carrés des six amplitudes définies précédemment. Les trois distributions de masse en $p\pi^\circ$, $p\pi^+$ et $\pi^+\pi^\circ$ obtenues d'après ce calcul sont reportées, ainsi que les distributions expérimentales correspondantes, sur la fig. 26.

On peut voir que l'accumulation d'événements en $p\pi^\circ$ est reproduite approximativement. Le spectre calculé du dipion présente un maximum à une masse un peu plus élevée que celle du ρ^+ , et cette résonance n'est pas véritablement interprétée par le modèle. Enfin la forme du spectre de masse en $p\pi^+$ est assez bien approchée , sauf dans la région de masse du $\Delta^{++}(1236)$.

Une possibilité d'améliorer l'accord entre les spectres et les prédictions consisterait à introduire un poids pour chacune des six configurations précédentes, poids que l'on pourrait considérer comme paramètre ajustable.

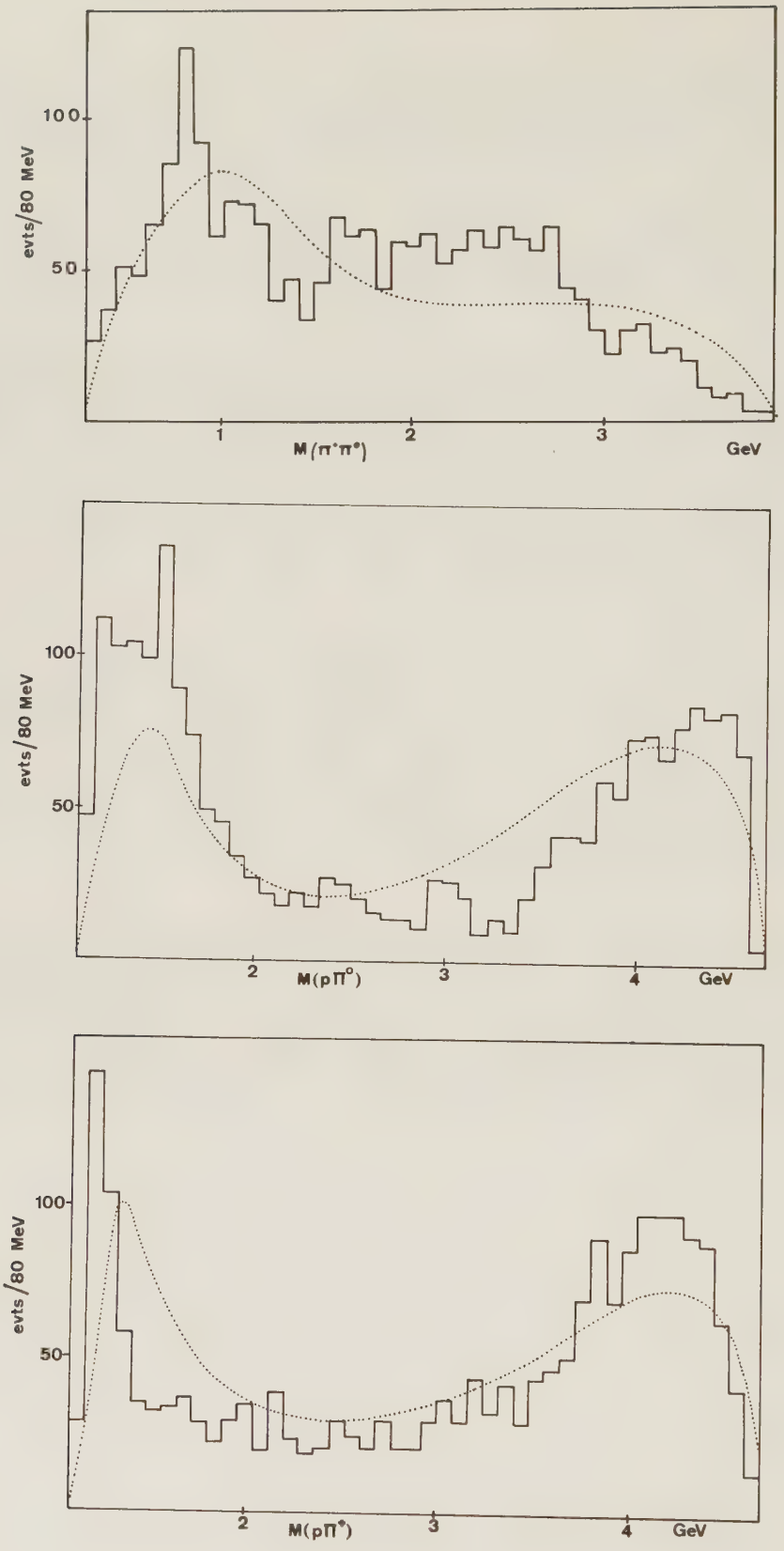


Fig. 26 : Distributions des trois masses invariantes $p\pi^+$, $p\pi^\circ$ et $\pi^+\pi^\circ$. Les courbes en pointillé sont les prédictions du modèle multiregge. (Paragraphe B.I.5).

II - ETUDE DE LA REACTION $\pi^- p \to \pi^- \pi^+ n$

1°) Caractères généraux

Cette réaction est caractérisée par l'existence de plusieurs résonances en $\pi^+\pi^-$ (fig. 27a), par l'absence d'isobare de charge négative $n\pi^-$ (fig. 28a) et par une large accumulation d'événements aux faibles masses $n\pi^+$ (fig. 28b).

La fig. 27a montre essentiellement l'existence de quatre pics à 0,77 ; 1,27 , 1,70 et 2,25 GeV correspondant aux régions de masse respectives des résonances $\rho^\circ(765)$, $f^\circ(1260)$, $g^\circ(1660)$, le dernier étant intermédiaire entre les objets T(2200) et $\rho(2290)$. Le diagramme à double entrée de la masse $n\pi^+$ en fonction de la masse $\pi^+\pi^-$ montre l'existence de reflets cinématiques possibles. (fig. 29). Le dernier pic à 2,25 GeV disparaît si on se place en dehors de l'accumulation en $n\pi^+$ (fig. 27b) et il est donc difficile de conclure à son existence. On voit néanmoins sur la fig. 27b que les trois premières résonances dipioniques sont faiblement contaminées par cette accumulation.

On étudiera successivement les résonances dipioniques et les spectres de masse baryoniques.

2°) Etude des résonances dipioniques

a) Détermination des masses, des largeurs et des sections efficaces des résonances ρ° , f° et g°

Comme dans le cas de l'isobare Δ^{++} , les valeurs centrales de la masse et les sections efficaces ainsi que la largeur du ρ° ont été évaluées à l'aide d'une fonction faisant intervenir des Breit-Wigner et un fond. Afin de simplifier l'ajustement, les largeurs du f° et du g° n'ont pas été introduits comme paramètres ajustables, mais estimés.

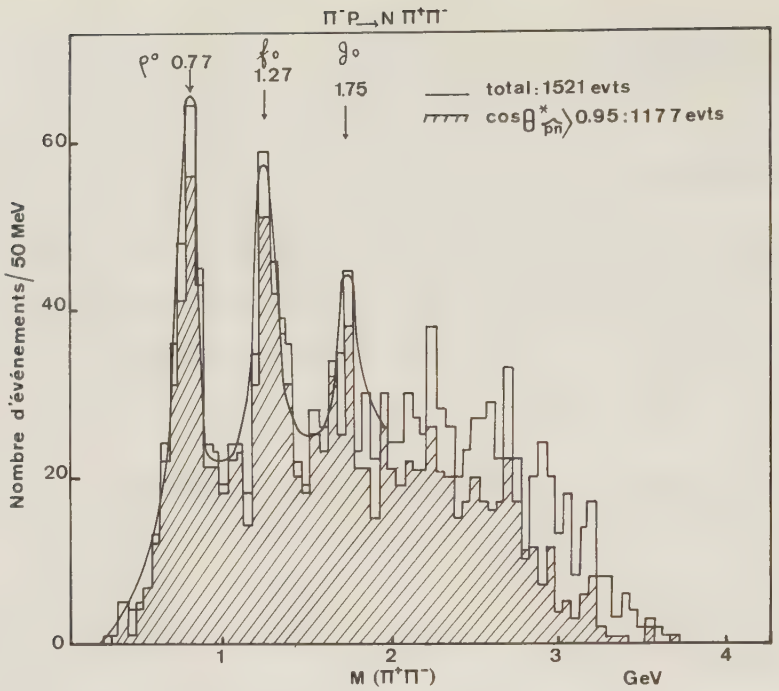


Fig. 27a : Spectre de masse $\pi^+\pi^-$. La partie hachurée correspond aux événements tels que $\cos_{CM}(\pi^+\pi^-) > 0,95$. La courbe provient de l'ajustement d'une Breit-Wigner et d'un fond décrit au paragraphe B.II.2a.

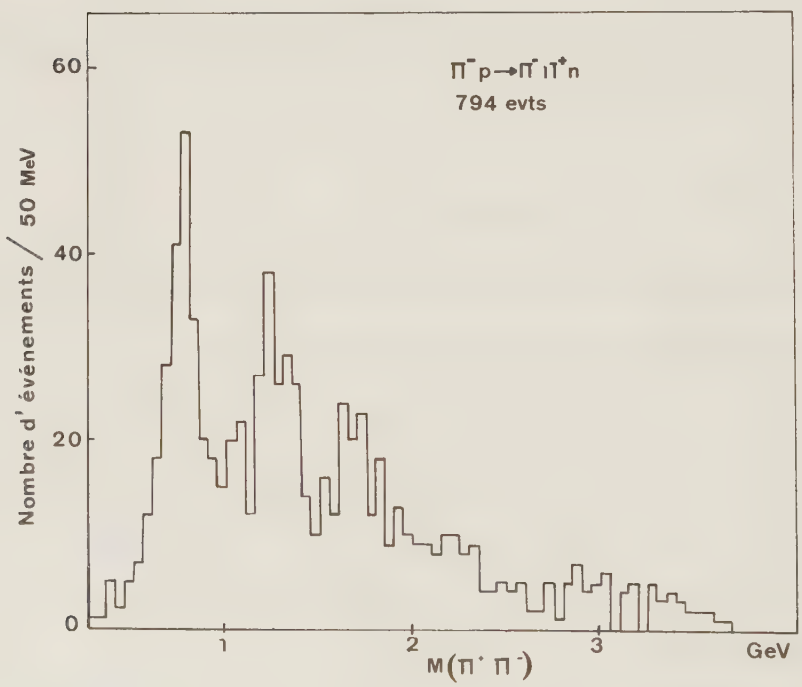


Fig. 27b : Spectre de masse $\pi^+\pi^-$ pour les événements hors de la région de masse $1,1 < M_{n\pi^+} < 1,7$ GeV.

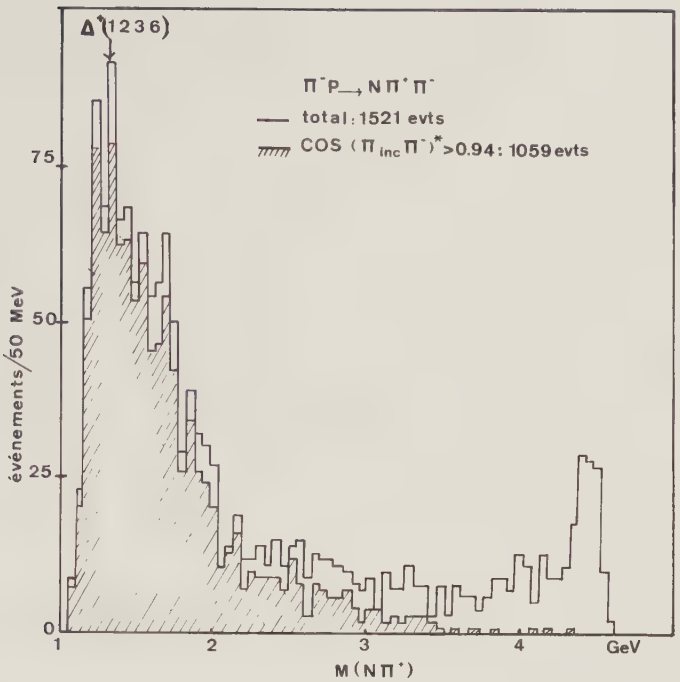


Fig. 28a : Spectre de masse $n\pi^+$. La partie hachurée correspond aux événements tels que $\cos_{CM}(\pi^-) > 0{,}94$.

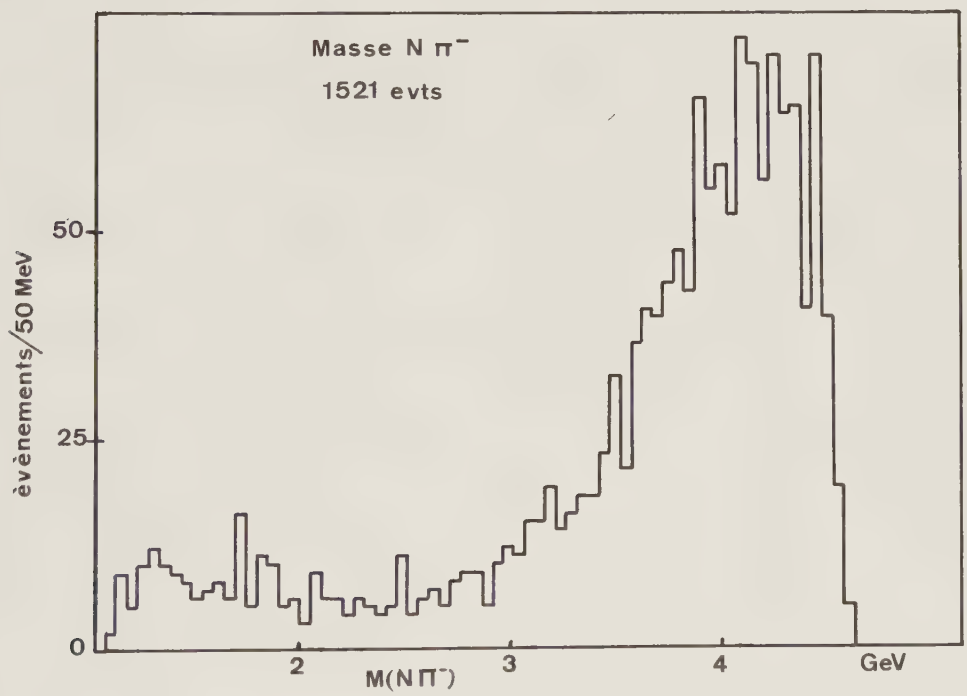


Fig. 28b : Spectre de masse invariante $n\pi^-$.

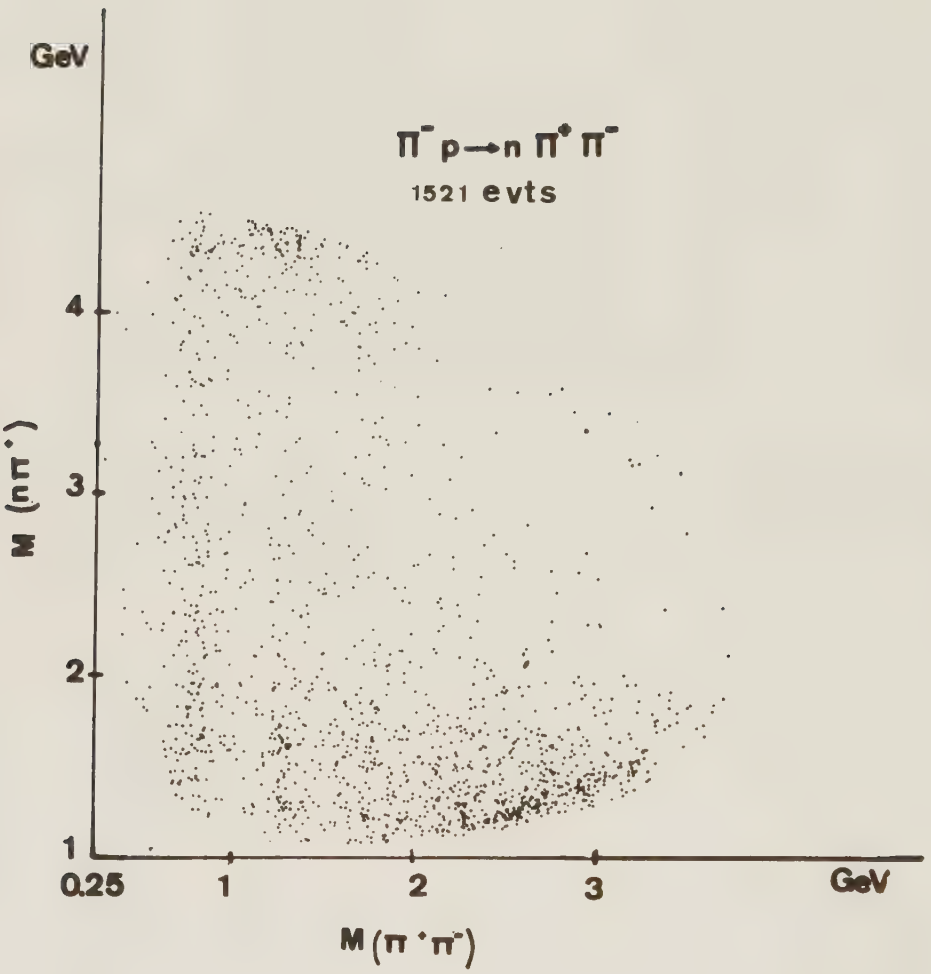


Fig. 29 : Spectre de masse $n\pi^+$ en fonction du spectre $\pi^+\pi^-$.

La fonction utilisée pour l'ajustement est du même type que (2) la seule différence étant due à la présence de trois Breit-Wigner au lieu d'une.

Excepté celle concernant le ρ° , les Breit-Wigner sont de forme non relativiste, leur largeur étant indépendante de la masse. Le fond est donné par l'espace de phase statistique déformé par un "effet périphérique" [43] qui se traduit en un léger déplacement du spectre du dipion vers les faibles masses. Il a été introduit ici car un tel déplacement est effectivement observé dans certaines distributions dipioniques dépourvues d'effet résonnant, comme celle du $\pi^+\pi^+$ de la réaction $n\pi^+\pi^+$ à 11,6 GeV/c (fig. 30).

Un tel fond est obtenu par une méthode de Monte-Carlo où l'amplitude de réaction n'est plus donnée uniquement par l'espace de phase statistique mais est de plus proportionnelle à un facteur $e^{-a\Delta^2_{p\to n}}$; $\Delta^2_{p\to n}$ désigne ici le carré du moment de transfert du proton au neutron, tandis que a est la pente moyenne expérimentale de la distribution en $\Delta^2_{p\to n}$ pour le canal $n\pi^+\pi^-$. On a trouvé $a = 6\ (GeV/c)^{-2}$.

Les résultats obtenus pour les paramètres sont indiqués en table XII, la courbe déterminée pour l'ajustement étant reportée en fig. 27a.

- Table XII -

Résonance	Masse (GeV)	Largeur (GeV)	Section efficace (microbarns)
ρ°	0,77	0,17	130 $\pm$ 15
f°	1,27	0,17	80 $\pm$ 10
g°	1,75	0,16	45 $\pm$ 10

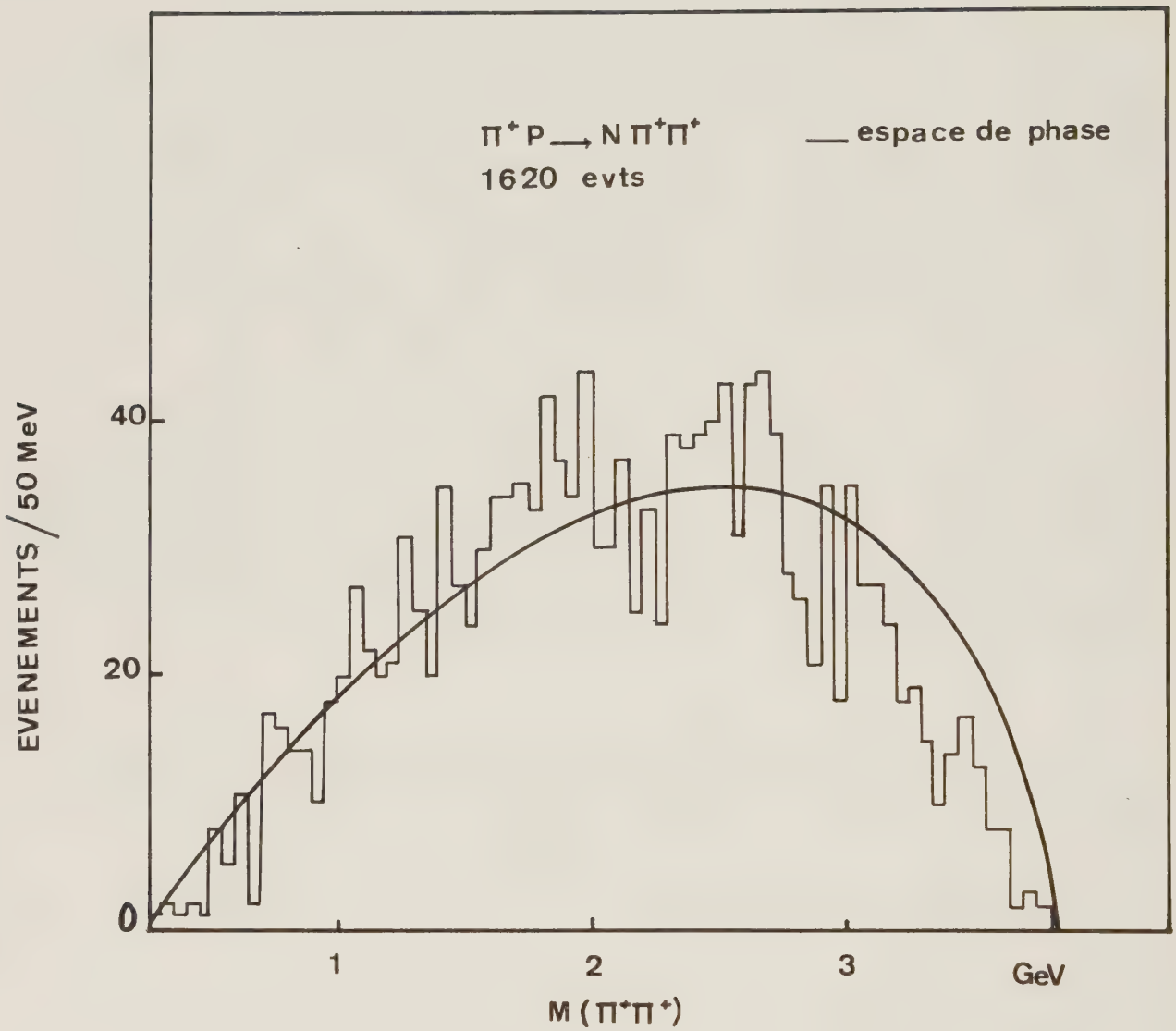


Fig. 30 : Distribution de la masse invariante $\pi^+\pi^+$ dans le cas de l'interaction $\pi^+p \to n\pi^+\pi^+$ à 11,6 GeV/c. La courbe est la prédiction de l'espace de phase statistique.

Dans ces domaines d'énergie, les sections efficaces des trois résonances ρ^o , f^o et g^o décroissent lorsque l'impulsion augmente (table XIII). La décroissance semble d'autant plus rapide que la masse de la résonance est plus faible.

- Table XIII -

Impulsion (GeV/c) / Résonance	2,1	2,75	4	4,5 [44]	6 [45]	8	11,1	16
σ_{ρ^o} (mb)	3,5	1,1	$0,75 \pm 0,13$	$0,53 \pm 0,03$	$0,41 \pm 0,08$	$0,23 \pm 0,02$	$0,13 \pm 0,015$	$0,18 \pm 0,05$
σ_{f^o} (mb)		0,1	$0,42 \pm 0,06$	$0,29 \pm 0,02$	$0,17 \pm 0,05$	$0,16 \pm 0,02$	$0,08 \pm 0,01$	$0,08 \pm 0,02$
σ_{g^o} (mb)					$0,10 \pm 0,01$	$0,054 \pm 0,01$	$0,045 \pm 0,010$	0,015

b) Sections efficaces différentielles

Le diagramme de Chew et Low (fig. 31) donnant $\Delta^2_{p\to n}$ en fonction de la masse $\pi^+\pi^-$ montre que les trois résonances sont produites à faible quadrimoment transféré. En outre, aucune production du ρ^o et du f^o n'est observée à Δ^2 maximum.

Aux petites valeurs de $\Delta^2_{p\to n}$, les distributions ont un comportement exponentiel dans les régions de masse des trois résonances (fig. 32).

Sur la table XIV sont données les valeurs des pentes qui ont été déterminées ainsi que les intervalles de $\Delta^2_{p\to n}$ pour lesquels cette détermination a été faite.

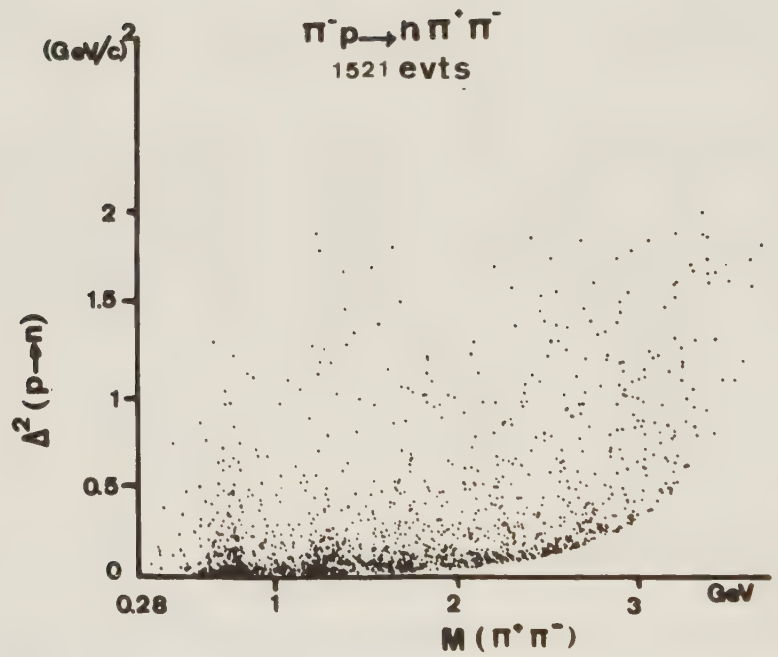


Fig. 31 : Diagramme de Chew et Low donnant $\Delta^2_{p \rightarrow n}$ en fonction de la masse $\pi^+\pi^-$.

- Table XIV -

Résonance	ρ^o	f^o	g^o
Δ^2_{min} $(GeV/c)^2$	0,02	0,02	0,04
Δ^2_{max} $(GeV/c)^2$	0,28	0,25	0,20
pente $(GeV/c)^{-2}$	11 $\pm$ 1,4	10 $\pm$ 1,5	11 $\pm$ 2

Dans le cas du ρ^o , la valeur de la pente semble augmenter avec l'énergie incidente comme on peut le voir ci-dessous ; il semble qu'il y ait un effet de "shrinkage".

Impulsion (GeV/c)	2,75	4	8	11,1	16
pente $(GeV/c)^{-2}$ dans le cas du ρ^o	8,7$\pm$0,1	8,5$\pm$0,6	10,5$\pm$0,9	11$\pm$1,4	>15

c) Distributions angulaires des angles de Jackson

Deux distributions seront examinées :

- Celle de l'angle de Treiman Yang car c'est un test du modèle d'échange du pion ;

- Celle de l'angle de "scattering" ; elle apporte en effet des informations sur le spin de la résonance. On indiquera en particulier les résultats trouvés pour le f^o .

Pour le ρ^o la distribution de l'angle de Treiman Yang ne paraît pas tout à fait isotrope (fig. 33b). Cet effet, observé nettement à 8 GeV/c [11] avec une plus grands statistique semble en léger désaccord avec la production du ρ^o par échange de pion (modèle OPE).

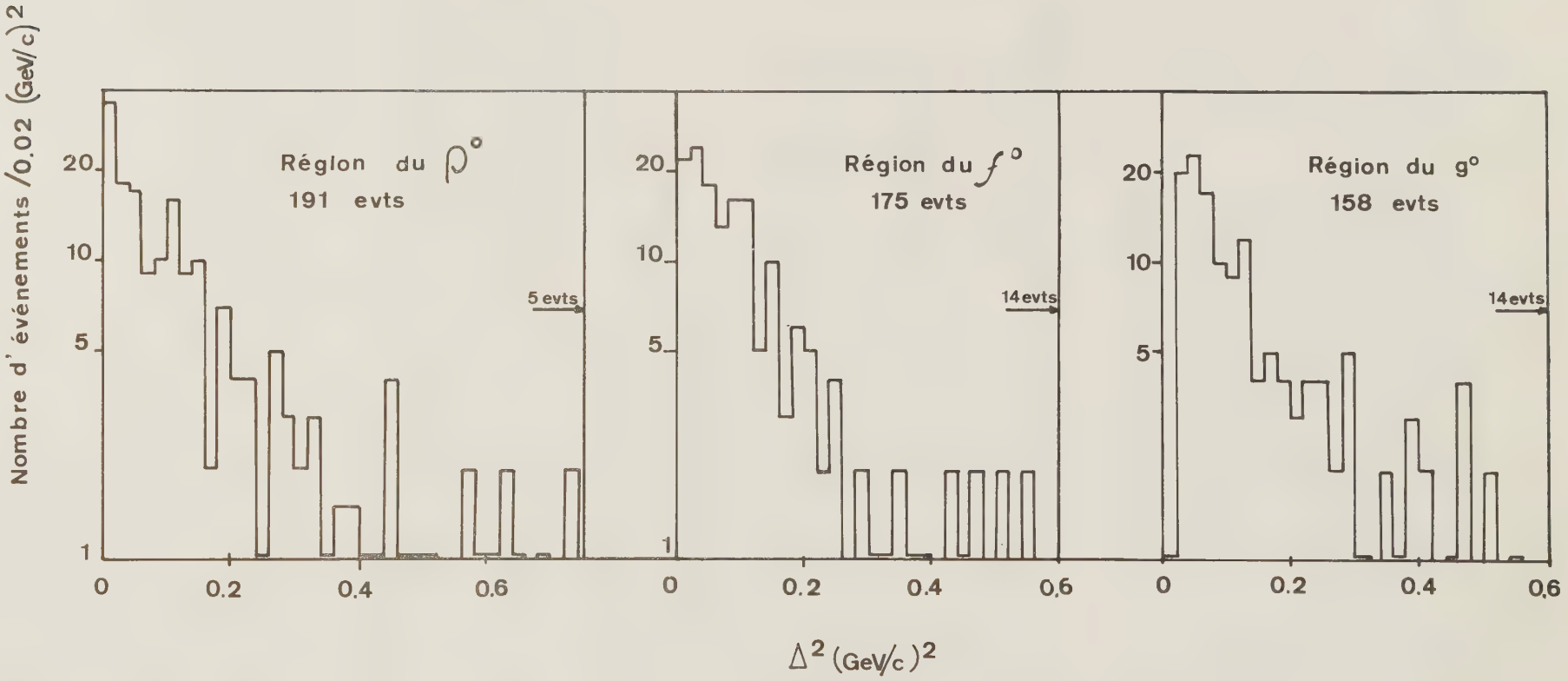


Fig. 32 : Distribution des quadrimoments transférés au carré $\Delta^2_{p\to n}$ dans les trois régions de masse des résonances
ρ^o ($0{,}67 < M_{\pi^+\pi^-} < 0{,}87$ GeV) ,
f^o ($1{,}17 < M_{\pi^+\pi^-} < 1{,}37$ GeV) et
g^o ($1{,}53 < M_{\pi^+\pi^-} < 1{,}87$ GeV).

La distribution de l'angle de Treiman Yang semble par contre isotrope dans la région de masse du f^o .

En fig. 33a sont reportées les distributions de l'angle de "scattering" dans ces trois objets. Celle du ρ^o est assez dissymétrique comme à plus faible énergie, en désaccord avec l'attribution de spin $S = 1$ pur. On admet qu'un tel effet est dû à l'existence d'un fond en onde S important, et à l'interférence entre ce fond et l'onde P .

La distribution dans le f^o est beaucoup plus symétrique.

Si cet objet à un spin $S = 2$ la prédiction théorique sur la distribution de l'angle de "scattering" est de la forme $1 - 6\cos^2\theta + 9\cos^4\theta$ [46]. Pour $S = 1$ elle est en $\cos^2\theta$ et pour $S = 0$ la distribution est isotrope. On a représenté, fig. 34, la distribution expérimentale ainsi que les deux courbes relatives aux états purs $S = 2$ et $S = 1$. Malgré une statistique faible, la courbe du 4º degré semble plus en accord avec les données, excepté pour $\cos\theta$ au voisinage de zéro. D'autre part l'ajustement d'un polynôme de la forme $a + b\cos^2\theta + c\cos^4\theta$ donne un terme du 4º degré élevé. La distribution expérimentale semble donc favoriser l'attribution de spin $S = 2$.

Enfin, dans le cas du g^o la distribution est très dissymétrique. On peut voir fig. 35b la distribution de l'angle de "scattering" en fonction de la masse du complexe $\pi^+\pi^-$. Cette figure montre que l'asymétrie observée pour le g^o se retrouve aux masses élevées du dipion.

Une tentative d'interprétation de cette dissymétrie aux grandes masses du dipion est donnée en référence [47] pour l'expérience en π^- de 8 GeV/c, et pour notre expérience en référence [54]. Cette interprétation est basée sur un mécanisme d'échange de π (modèle OPE).

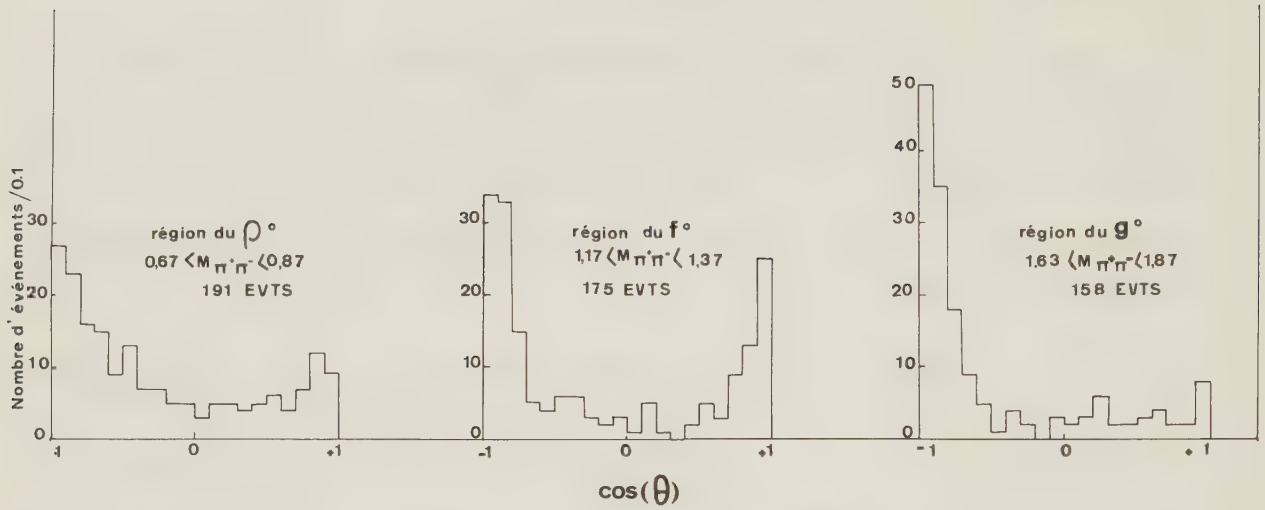


Fig. 33a : Distributions de l'angle de "scattering" dans les trois régions de masse successives du ρ_o , f_o et g_o .

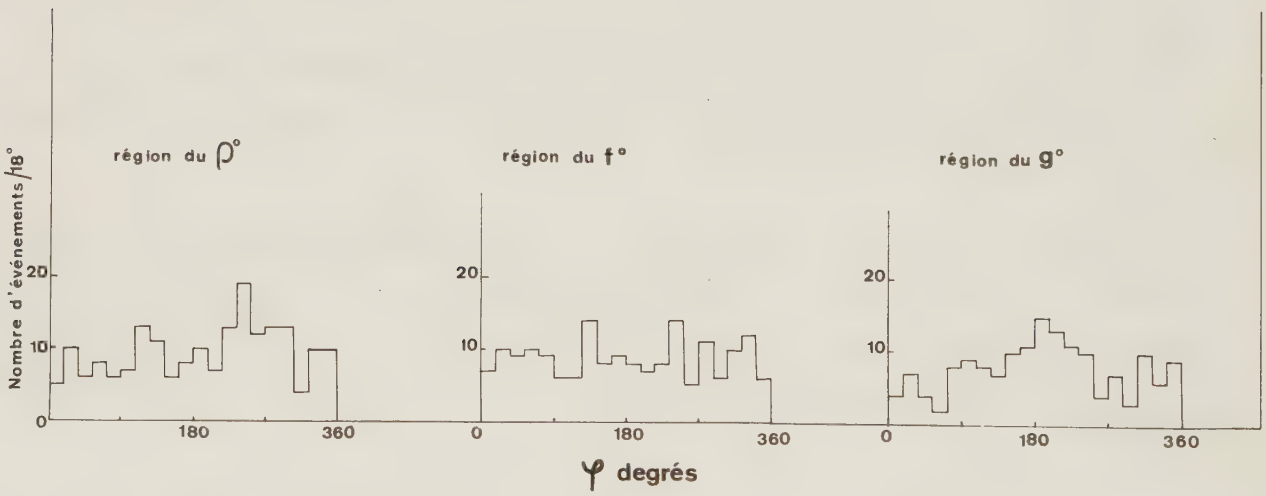


Fig. 33b : Distributions de l'angle de Treiman Yang dans les trois résonances ρ^o , f^o et g^o .

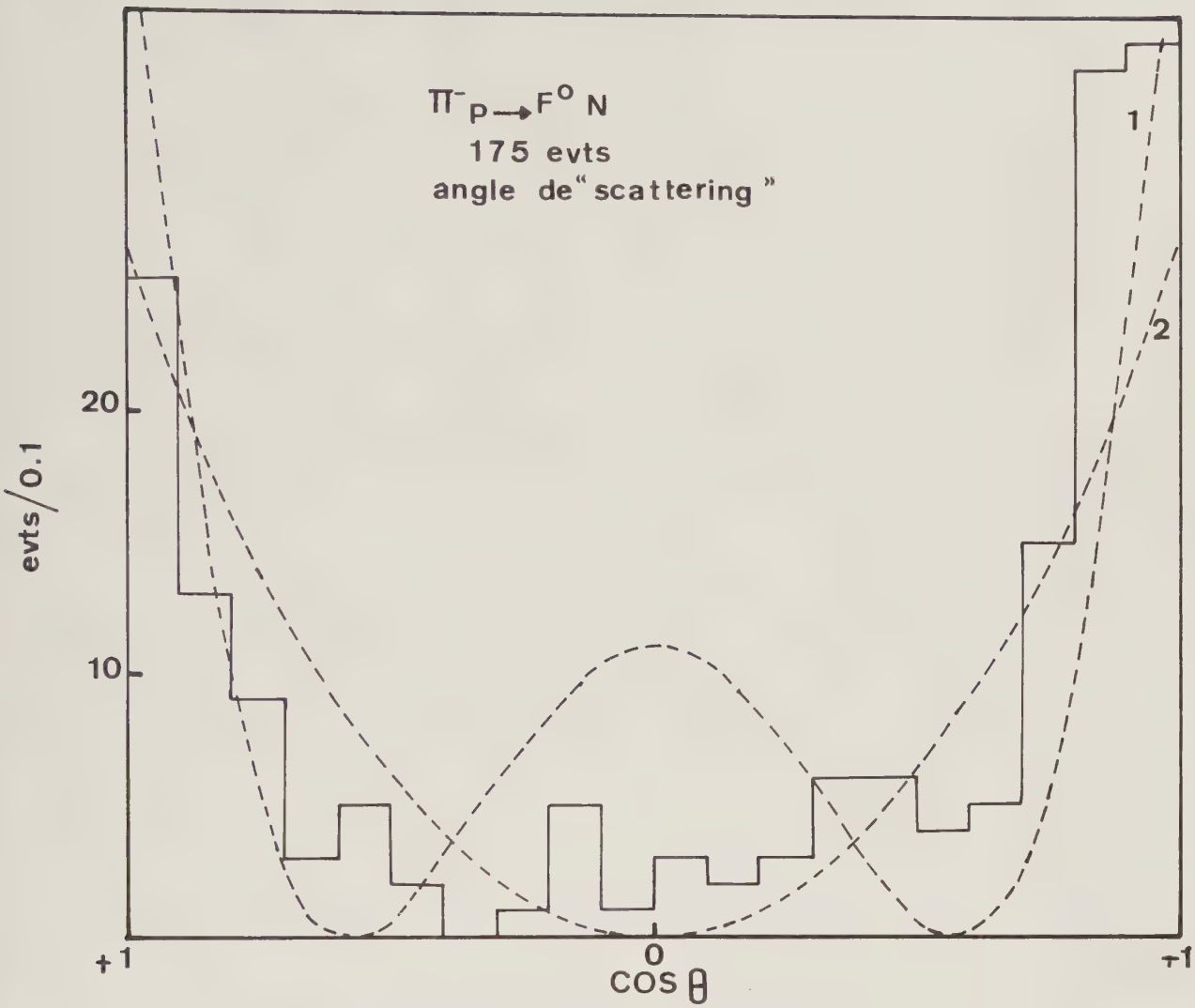


Fig. 34 : Distribution de l'angle de "scattering" dans la région de masse du f^o . Les courbes (1) et (2) sont respectivement les prédictions d'un spin $s = 2$, et $s = 1$ pour cette résonance (voir texte).

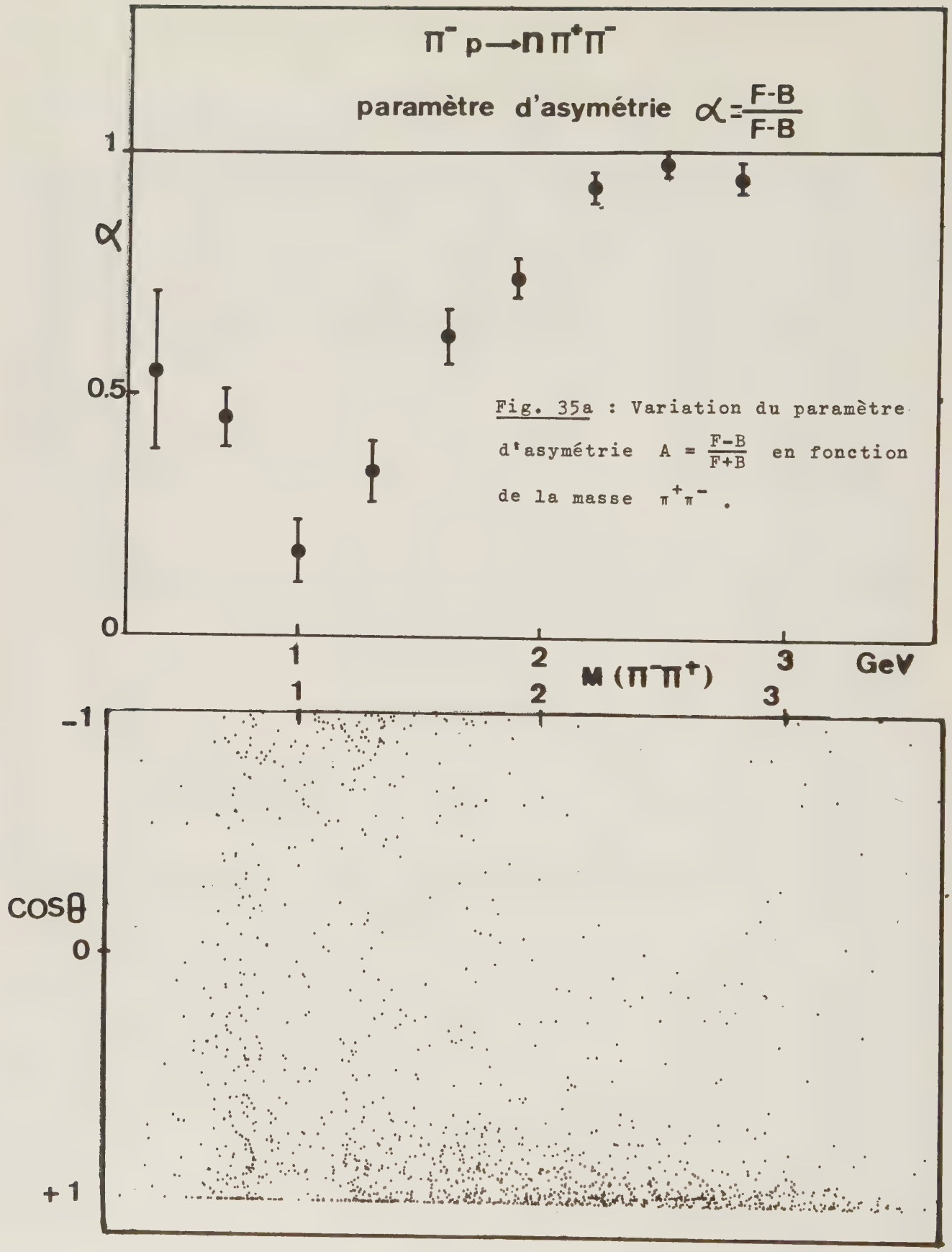


Fig. 35a : Variation du paramètre d'asymétrie $A = \frac{F-B}{F+B}$ en fonction de la masse $\pi^+\pi^-$.

Fig. 35b : Distribution de l'angle de "scattering" en fonction de la masse $\pi^+\pi^-$.

θ désignant l'angle de "scattering", appelons $A = \frac{F-B}{F+B}$ le rapport d'asymétrie dans lequel F est le nombre d'événements tels que $0 < \cos\theta < 1$, et B le nombre d'événements pour lesquels $-1 < \cos\theta < 0$.

Les valeurs de A pour différents intervalles de la masse du dipion sont indiquées fig. 35a . L'allure de la distribution est très voisine de celle observée à d'autres énergies comme le montre une compilation effectuée par VEILLET [51].

d) Eléments de la matrice densité du ρ^o

Pour le ρ^o les éléments de la matrice densité au vertex de désintégration $\pi^+\pi^-$ ont été évalués, comme dans le cas du ρ^+ par la méthode des moments. A tout moment de transfert, on trouve :

$$\rho_{00} = 0,55 \pm 0,07$$

$$\rho_{1-1} = 0,08 \pm 0,06$$

$$Re\rho_{10} = -0,07 \pm 0,07$$

Leurs valeurs, pour trois intervalles du quadrimoment de transfert, sont reportées en fig. 36.

Deux remarques, ici doivent être faites :

- Les éléments ρ_{ij} satisfont aux deux relations de contraintes (9) qui ont été données dans le cas du ρ^+ .

- Le calcul des ρ_{ij} en utilisant les expressions (8) (méthode des moments) suppose que la région de masse du ρ^o est dans un état de spin 1 pur. Or l'asymétrie de la distribution de l'angle de "scattering" montre que ceci n'est qu'une approximation. Dans l'expérience à 8 GeV/c [11] une correction a été introduite par l'addition de termes supplémentaires de la forme $\sin\theta\cos\varphi$, $\cos\theta$, et d'un terme constant, dans la distribution angulaire. Ceux-ci permettent de tenir compte de l'existence de l'onde S ,

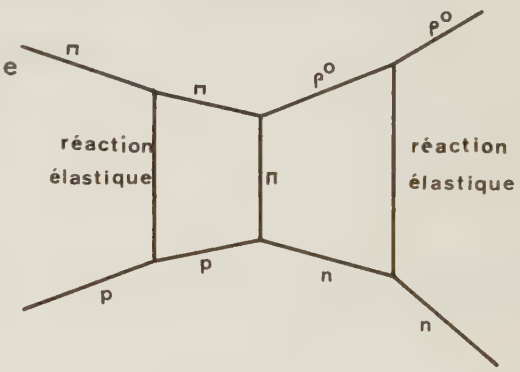
et de l'interférence entre les ondes S et P . Ils interprètent mieux l'asymétrie observée.

3°) Interprétations théoriques des résultats de la réaction $\pi^- p \to \rho^o n$

Un certain nombre de modèles se proposent de décrire la production du ρ^o . Nous avons comparé les données de notre expérience aux prédictions du modèle d'échange de pion avec corrections d'absorption, et à ceux de Regge avec et sans termes correctifs d'absorption.

a) Modèle d'échange de pion avec corrections d'absorption (OPEA)

C'est un modèle de type périphérique (c'est à dire que l'amplitude possède un pôle dominant à $\Delta^2_{p\to n} = -m_\pi^2$) auquel on adjoint l'hypothèse d'une réaction élastique des particules dans l'état initial, et d'une réaction élastique dans l'état final ; l'interaction est représentée par le graphique ci-contre.



Le formalisme de ce modèle, décrit par JACKSON [40], permet de calculer la section efficace différentielle et les éléments de la matrice densité, en fonction de $\Delta^2_{p\to n}$. Certains paramètres relatifs aux deux interactions élastiques interviennent dans le calcul; ce sont :

$$C^\pm = \frac{\sigma^\pm}{4\pi A^\pm} \quad \text{et} \quad \gamma^\pm = \frac{1}{2Q_\pm^2 A^\pm} \quad , \text{ dans lesquels } \sigma^+ \text{ et } \sigma^-$$

représentent les valeurs des sections efficaces élastiques des réactions $\pi^- p \to \pi^- p$ et $\rho^o n \to \rho^o n$, et $A^\pm$ sont les pentes des distributions en $\Delta^2_{p\to p}$ et $\Delta^2_{n\to n}$ respectivement ; $Q^\pm$ désignent l'impulsion des particules dans le centre de masse général ; toutes ces valeurs sont évidemment définies pour les énergies auxquelles ont lieu les réactions élastiques.

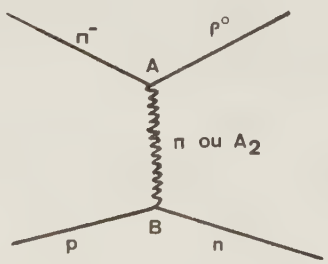
Les paramètres de la première réaction sont connus, alors qu'il n'en est pas de même de C^- et γ^- qui doivent être ajustés (en effet les impulsions des particules ρ° et n ne sont pas connues). Les deux premiers paramètres sont respectivement $C^+ = 1$ et $\gamma^+ = 0,013$ tandis qu'un bon choix de valeurs pour les deux autres consiste à prendre $C^- = 0,61$ et $\gamma^- = 0,013$. Les courbes obtenues à partir de ces valeurs sont indiquées par les lignes pointillées de la fig. 36 pour les ρ_{ij}, de la fig. 37 pour la section efficace différentielle. On constate un bon accord, dans les deux cas.

b) Modèle des pôles de Regge

On se limitera à un résumé succinct du formalisme, les calculs détaillés ayant été publiés dans la réf. [48]. A la différence du calcul exposé pour la réaction $\pi^+ p \to \pi^\circ \Delta^{++}$, ce sont les amplitudes du canal direct $\pi^- p \to \rho^\circ n$ et non celles de la réaction croisée, qui sont paramétrisées suivant une méthode décrite par COHEN-TANNOUDJI, MOREL et SALIN [31].

Cette méthode a l'avantage de traiter de façon commode les problèmes posés par l'existence des singularités cinématiques [57]. Elle permettra en outre, lorsqu'on introduira un terme d'absorption, d'utiliser des amplitudes de Regge et d'absorption dans la même voie, le dernier de ces termes étant défini pour le canal direct.

Les lois de conservation des nombres quantiques appliquées aux deux vertex A et B, conduisent à admettre seulement l'échange des trajectoires du pion, du A_1 et du A_2 dans la réaction croisée. L'échange de A_1 est ici négligée, son existence étant mise en doute jusqu'à une date récente, et sa trajectoire mal connue.



Les conservations de la parité aux deux vertex, et de la G parité au vertex A permettent de relier entre elles un certain nombre des amplitudes existantes. On démontre ainsi en utilisant les relations de la réf.[31] appliquées au cas de la voie directe que parmi les 24 amplitudes possibles, quatre seulement sont indépendantes.

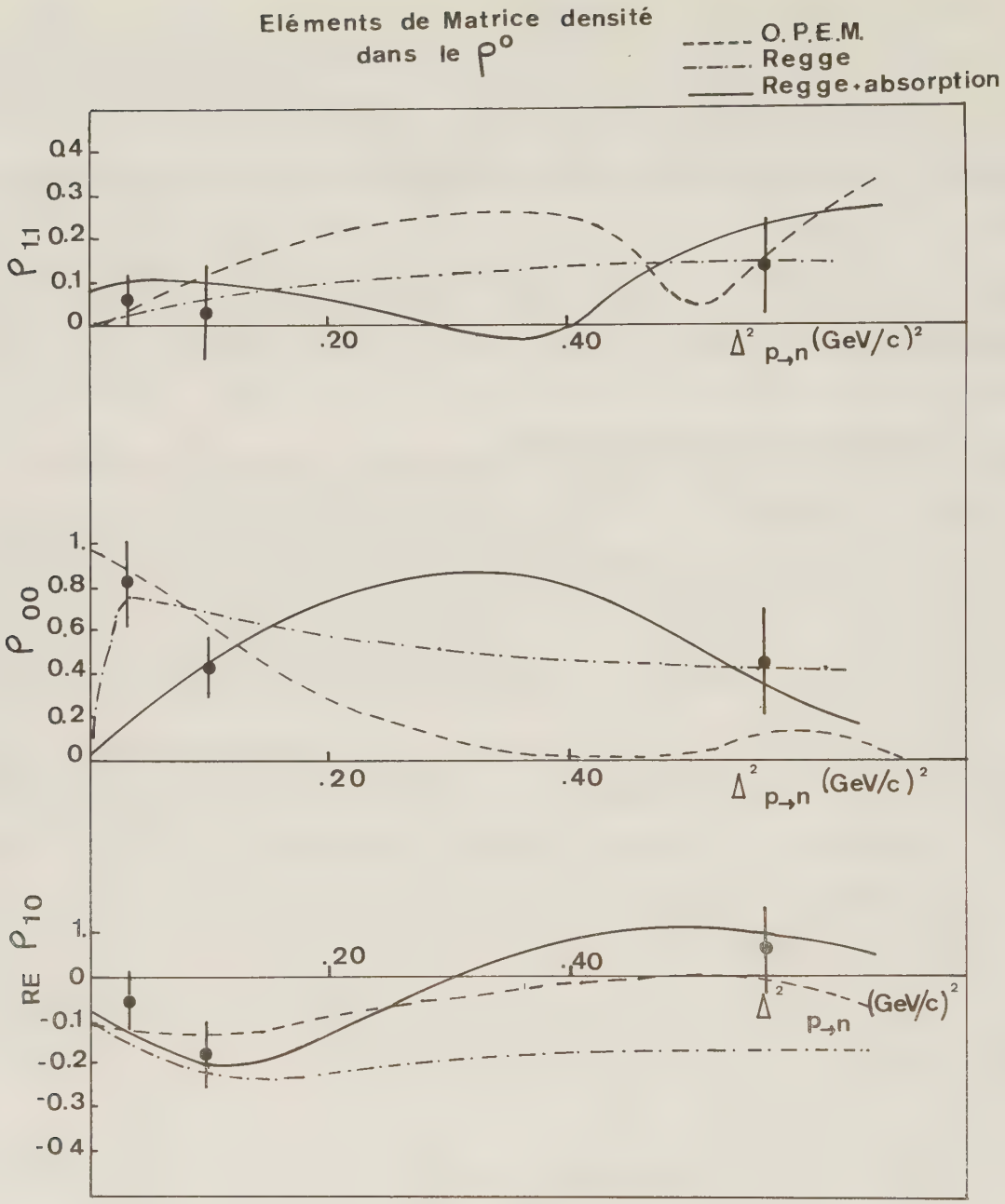


Fig. 36 : Valeurs des éléments de la matrice densité du ρ° pour les intervalles de $\Delta^2_{p\to n}$ successifs : $0 < \Delta^2 < 0{,}06$, $0{,}06 < \Delta^2 < 0{,}14$ et $0{,}14 < \Delta^2 < 1$ $(GeV/c)^2$. La courbe en pointillé est obtenue d'après le modèle OPEA décrit au paragraphe B.II.3a, la courbe en semi-pointillé d'après le modèle de Regge (paragraphe B.II.3b), et la courbe en trait plein d'après le modèle de Regge avec corrections d'absorption (B.II.3c).

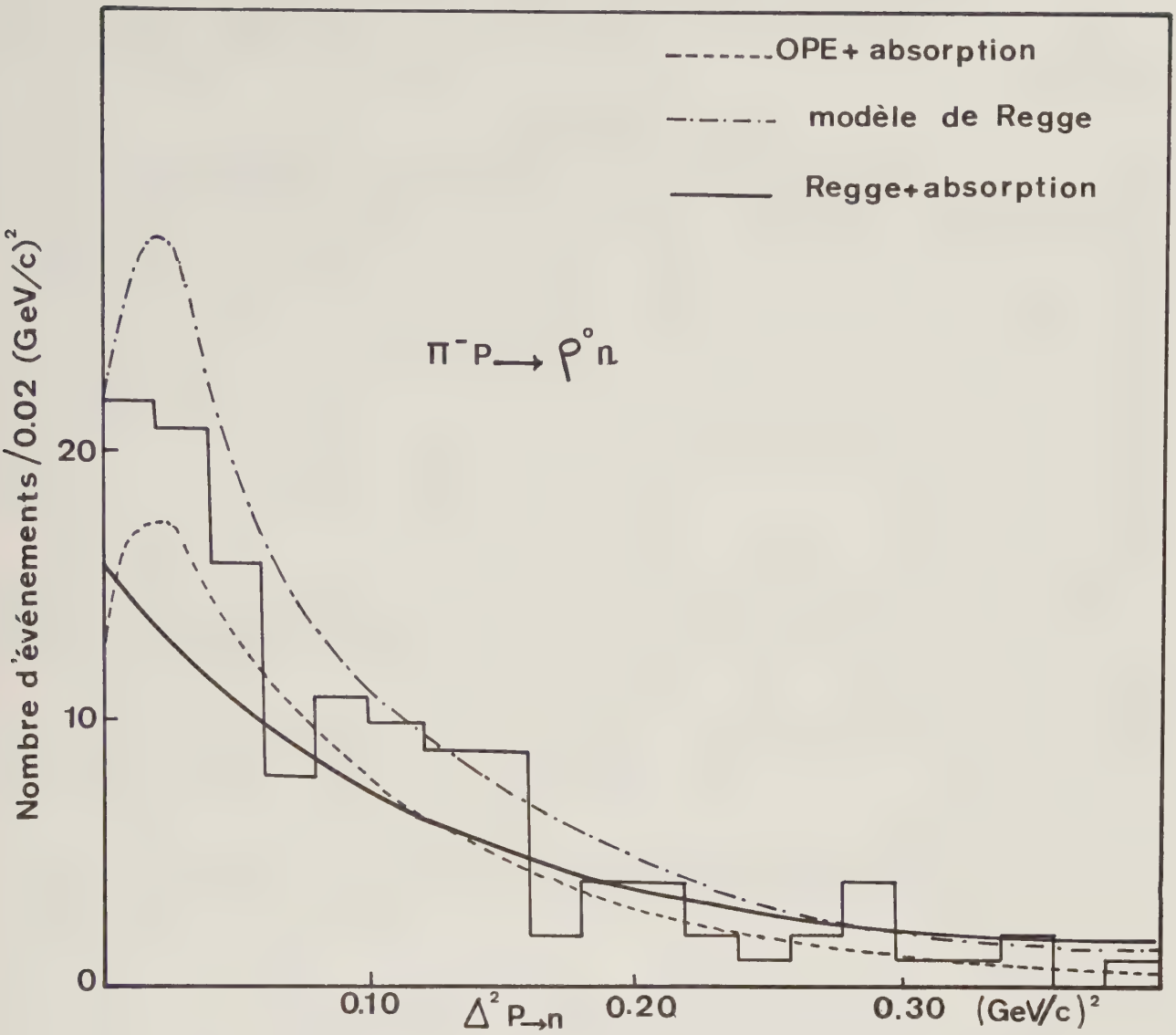


Fig. 37 : Distribution en carré du moment de transfert $\Delta^2_{p\to n}$ dans la région de masse du ρ^o .
Les trois courbes résultent, dans le même ordre, des interprétations indiquées dans la légende de la figure 36.
La statistique expérimentale utilisée est partielle
N = 156 événements.

Les états d'hélicité des particules entrantes et sortantes, relatifs à ces quatre amplitudes sont indiqués sur la table XV ci-dessous :

- Table XV -

Amplitudes	Trajectoire échangée	Hélicité des quatre particules			
		π^-	p	ρ^o	n
B_1	π	0	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$
B_2	π	0	$\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$
B_3	A_2	0	$\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$
B_4	A_2	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$

On voit sur cette table que la trajectoire échangée dans le cas des deux premières est le pion, tandis que le A_2 intervient pour les deux autres.

Ces amplitudes sont paramétrisées suivant la forme générale [50] :

$$B^S_{\lambda_\rho \lambda_n \lambda_\pi \lambda_p} = \sum_r \sqrt{-\frac{t}{S_o}}^{\left[|\lambda_\pi - \lambda_p - \lambda_\rho - \lambda_n| + \text{Max.}(|\lambda_\pi + \lambda_p - \lambda_\rho - \lambda_n| - |\lambda_\pi - \lambda_p - \lambda_\rho + \lambda_n|,\ 0)\right]} \times$$

$$\times\ g_{\lambda_\rho \lambda_n \lambda_\pi \lambda_p}\ \frac{S_r - \alpha_r(0)}{S_r - \alpha_r(t)}\ e^{\frac{i\pi}{2}\left[\frac{1-\xi_r}{2} - \alpha_r(t)\right]} \left[\frac{S}{S_o}\right]^{\alpha_r(t)}$$

dans laquelle

λ_π, λ_p, λ_ρ et λ_n sont les hélicités respectives des particules considérées

$t = -\Delta^2_{p \to n}$

S est le carré de l'énergie disponible dans le centre de masse général

S_o est le paramètre d'échelle, dont la valeur est prise à 1 GeV^2 .

S_r sont les spins du pion et du A_2 ,

ξ_r sont les signatures ($\xi_r = (-1)^{S_r}$) des mêmes particules, et

α_r les trajectoires

g est le résidu de chaque amplitude.

On a choisi pour les trajectoires $\alpha_\pi = -0,02 + t$ et $\alpha_{A_2} = 0,34 + 0,35\ t$ [48]

Les résidus ont été supposés linéairement variables en t . La section efficace différentielle est donnée, en fonction de ces amplitudes par :

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{8\pi\ S\ p^2_{cdm}} \sum_1^4 |B_i|^2$$

tandis que les éléments de la matrice densité sont calculés à partir de l'expression générale (6)* .

Nous avons utilisé comme données expérimentales la section efficace différentielle et les éléments ρ_{ij} de 11,1 GeV/c.

Les courbes obtenues par l'ajustement sont représentées par les lignes semi-pointillées de la fig. 36 pour les éléments ρ_{ij} , et de la fig. 37 pour $\frac{d\sigma}{dt}$.

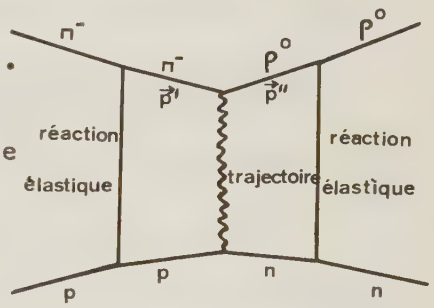
On constate de façon générale un bon accord avec les données. D'autre part le calcul des termes $|B_i|^2$ montre une contribution dominante de l'échange de pion, essentiellement à faible $\Delta^2_{p\to n}$.

---

* Remarquons que, si on veut connaître les éléments de matrice densité dans le système de Jackson, l'expression (6) doit faire intervenir les amplitudes de la réaction croisée. Il est donc, au préalable, nécessaire de calculer ces amplitudes en fonction de celles de la réaction directe par des relations de croisement [31].

c) Modèle des pôles de Regge avec corrections d'absorption

Le formalisme en a été développé par COHEN TANNOUDJI, MOREL et NAVELET. [49]. Il consiste à supposer, outre l'existence des pôles de Regge, celle de coupures dans le plan du moment angulaire complexe. Le mécanisme de l'interaction est représenté par le graphique ci-contre ; on voit qu'il offre certaines similitudes avec le modèle OPEA, l'échange de pion étant remplacé ici par l'échange de trajectoires de Regge. Les calculs conduisent à ajouter aux amplitudes de Regge calculées au paragraphe précédent, des termes de couplage du type :



$$C = 2i \int A_{\lambda_i} R_{\lambda_i} \, dp' \, dp''$$

dans lesquels A_{λ_i} est une amplitude d'absorption et R_{λ_i} une des amplitudes de Regge ; elles dépendent toutes deux des hélicités des quatre particules λ_i ; l'intégrale est effectuée sur tous les états intermédiaires d'impulsion $\vec{p}'$ et $\vec{p}''$, compris entre les deux interactions élastiques et l'interaction principale.

Ces termes ne sont pas calculables de façon simple lorsque A_{λ_i} est quelconque. Mais la forme choisie pour l'amplitude d'absorption (ou pour les coupures) est telle que les intégrales ci-dessus deviennent de simples multiplications entre les amplitudes d'ondes partielles $A^{\ell}_{\lambda_i}$ et $R^{\ell}_{\lambda_i}$; ceci permet de simplifier le calcul, très notablement.

Les calculs de ces termes de couplage ne seront pas développés ici, ils sont faits en détail en [48].

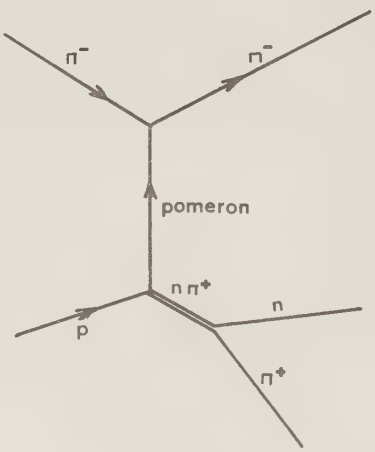
La suite du problème se traite de manière analogue à celle du modèle de Regge simple ; les fonctions résidues des amplitudes de Regge sont ajustées d'après les données expérimentales de la section efficace différentielle et des éléments de la matrice densité. Comme dans le cas précédent, les données expérimentales retenues sont celles de l'expérience à 11,1 GeV/c.

Les courbes obtenues ont été reportées sur les figures 36 et 37. On peut voir que l'accord est moins bon que dans le cas du modèle de Regge simple, en particulier pour la section efficace différentielle à faible $\Delta^2_{p\to n}$, et pour l'élément ρ_{00}.

4°) Spectres de masse baryoniques

En fig. 28 (a,b) sont portés les spectres de masse associées $N\pi^-$ et $N\pi^+$. Tandis qu'il n'y a pas de résonance isobarique dans le complexe $N\pi^-$, une large accumulation d'événements est présente aux faibles masses du spectre $n\pi^+$. Cette accumulation est similaire à celle observée dans la distribution de masse $p\pi^\circ$ du canal $p\pi^+\pi^\circ$; néanmoins à la différence de ce dernier spectre, il n'y a ici aucune indication de pic au-dessus de l'accumulation.

Ce type de phénomène peut s'interpréter comme un effet diffractif. Le modèle décrit par WALKER [41] qui prévoit la production de cette accumulation par un mécanisme d'échange de pomeron (graphique ci-contre) en donne une bonne représentation.



Son application est faite en [54]. La distribution de la masse $n\pi^+$ est donnée par l'expression :

$$\frac{d\sigma}{d(M_{n\pi^+})} = EP \frac{e^{-at_o^2}}{t_o} |\vec{p}_{\pi^+}|$$

dans laquelle EP est l'espace de phase statistique,

$$t_o = \frac{M^2_{n\pi^+} - M^2_p}{2p_{lab}}$$

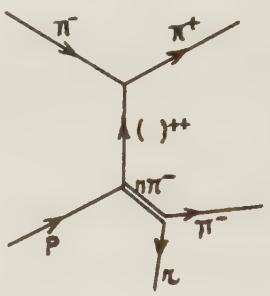
p_{π^+} est l'impulsion du π^+ dans le système de référence du complexe $n\pi^+$;

a est la pente moyenne de la distribution de $\Delta^2_{p\to n\pi^+}$ pour la réaction ; sa valeur est estimée à $7(GeV/c)^{-2}$.

La courbe calculée obtenue et la distribution expérimentale en $n\pi^+$ sont comparées sur la fig. 38a. La distribution expérimentale est à l'extérieur des reflets cinématiques donnés par les trois résonances dipioniques pour lesquelles d'autres mécanismes sont prédominants.

Le modèle multiregge rend également bien compte d'un tel spectre de masse (Fig. 38b) ; son application conduit à un formalisme voisin de celui décrit paragraphe B.I.5. et est décrite en [53].

L'absence de résonance Δ^- dans le spectre de masse $n\pi^-$ s'explique par le fait que leur mécanisme de production nécessité l'échange d'un méson doublement chargé comme on peut le voir sur le graphique ci-contre.



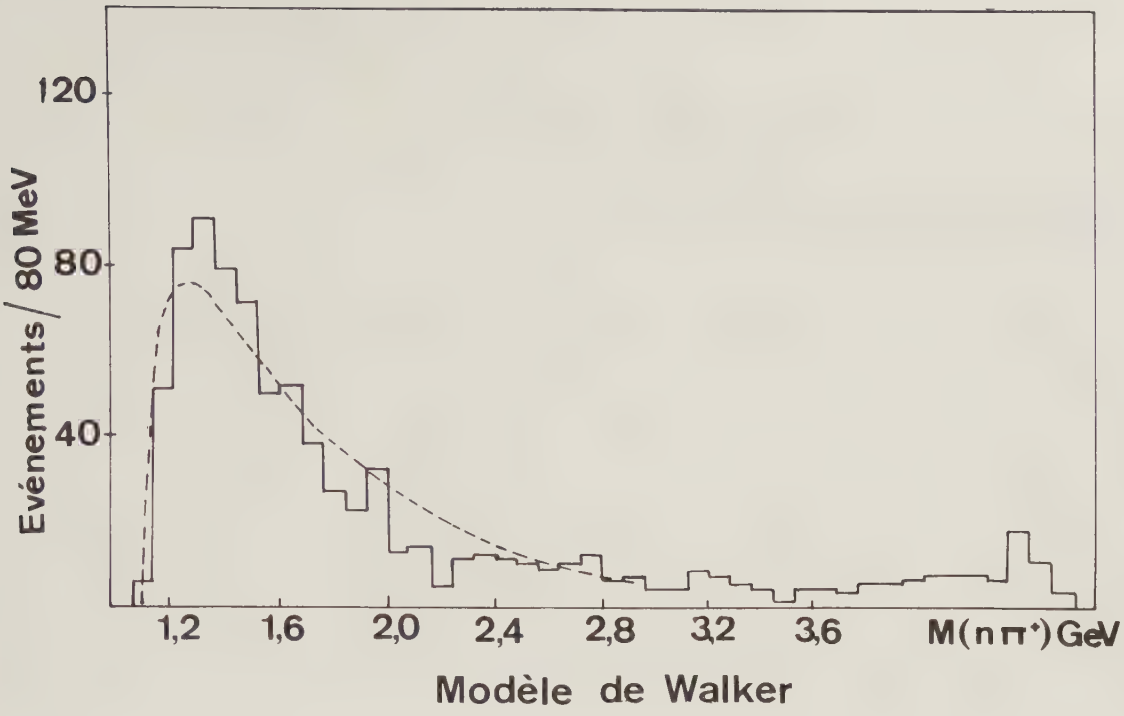


Fig. 38a : Distribution de masse $n\pi^+$ en dehors des régions de masse $0{,}65 < M_{\pi^+\pi^-} < 0{,}85$, $1{,}16 < M_{\pi^+\pi^-} < 1{,}36$ et $1{,}58 < M_{\pi^+\pi^-} < 1{,}82$ GeV. La courbe est le résultat donné par le modèle de Walker (paragraphe B.II.4).

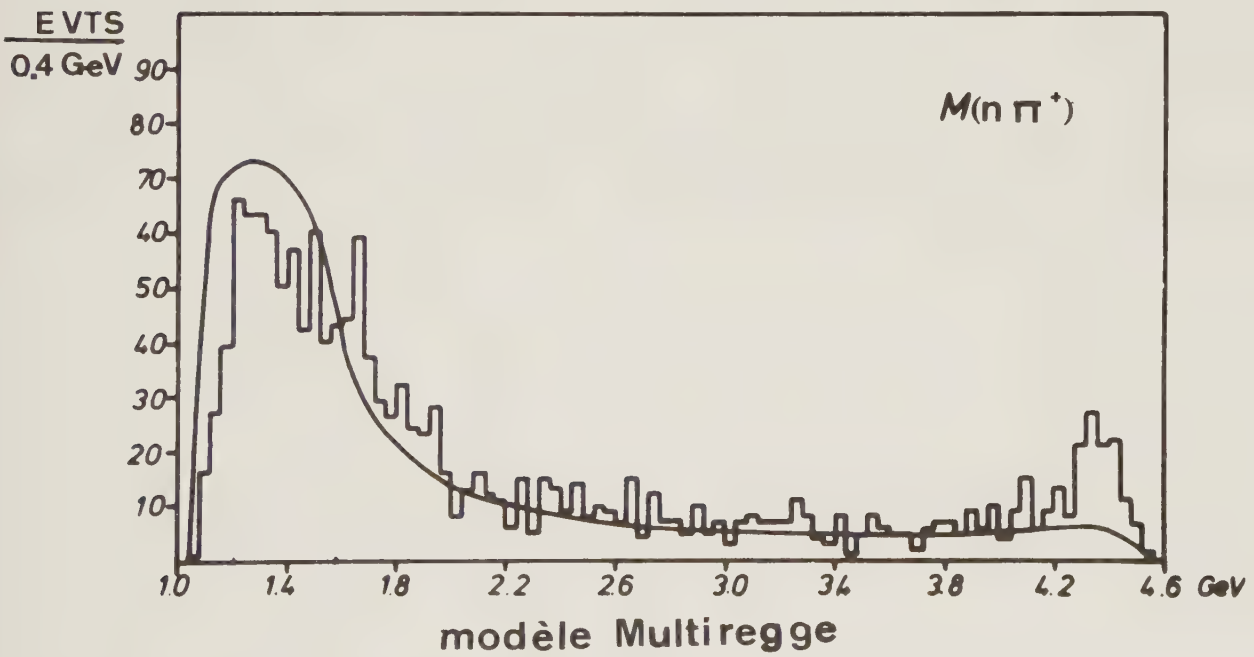


Fig. 38b : Distribution de la masse $n\pi^+$; la courbe est donnée par le modèle multiregge (paragraphe B.II.4).

III - ETUDE DE LA REACTION $\pi^- p \to p\pi^-\pi^\circ$

1°) Caractéres généraux

Cette réaction présente un certain nombre de traits communs avec les deux précédentes ; la distribution de masse $\pi^-\pi^\circ$ (fig. 39) montre en effet une production importante de ρ^- (765) et un faible signal dans la région du $g^-(1660)$, qui ont été observés dans les autres états de charge. De même les spectres en $p\pi^\circ$ et en $n\pi^+$ sont très similaires, caractérisés par une importante production d'événements aux faibles masses ; ceci peut être vu, fig. 40b, pour la réaction étudiée ici. Le spectre de masse $p\pi^-$, qui montre une production négligeable de l'isobare non chargé $\Delta^\circ(1236)$ (fig. 40a) est par contre très différent du spectre de masse $p\pi^+$; sa forme s'apparente à celle de la distribution de masse $n\pi^-$ de la réaction précédente.

Le diagramme à double entrée, fig. 41, montre que la zone de recouvrement du ρ^- et de l'accumulation en $p\pi^\circ$ est peu importante. La production de ces objets est, par ailleurs, très périphérique comme on peut le voir sur les deux diagrammes de Chew et Low (fig. 42 et fig. 43).

On examinera successivement les résonances bosoniques et les deux spectres de masse baryoniques.

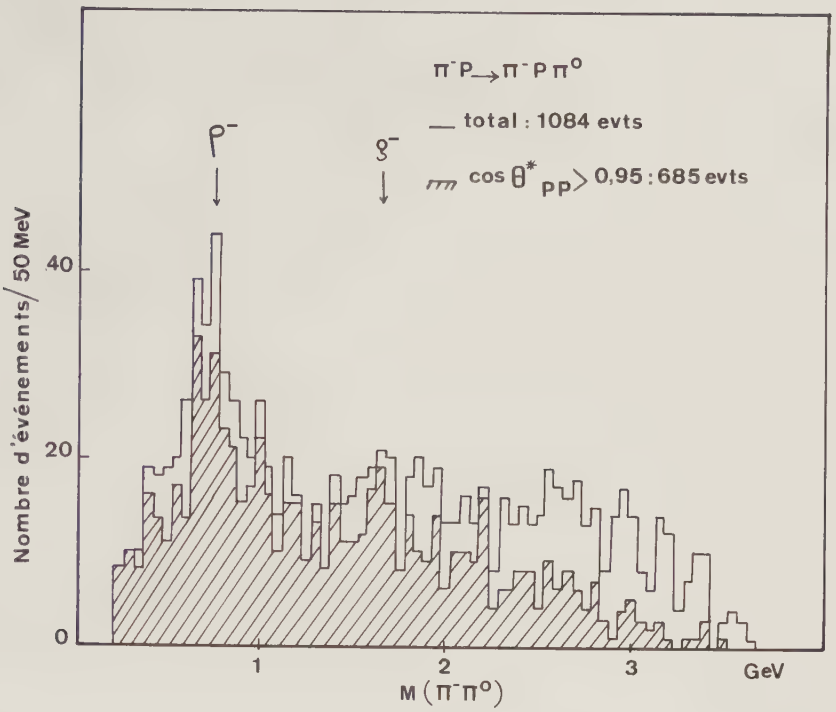


Fig. 39a : Distribution de la masse du dipion $\pi^-\pi^\circ$. La partie hachurée correspond aux événements tels que $\cos_{CM}(\pi^-\pi^\circ) > 0,95$.

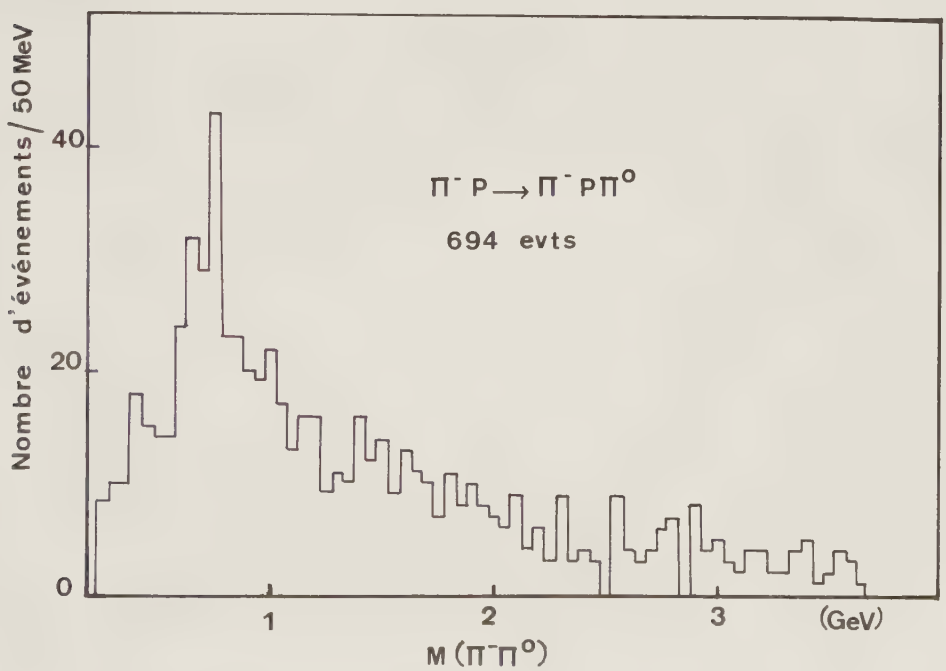


Fig. 39b : Distribution de la masse $\pi^-\pi^\circ$ pour les événements en dehors de la région de masse $1,1 < M_{p\pi^\circ} < 1,7$ GeV .

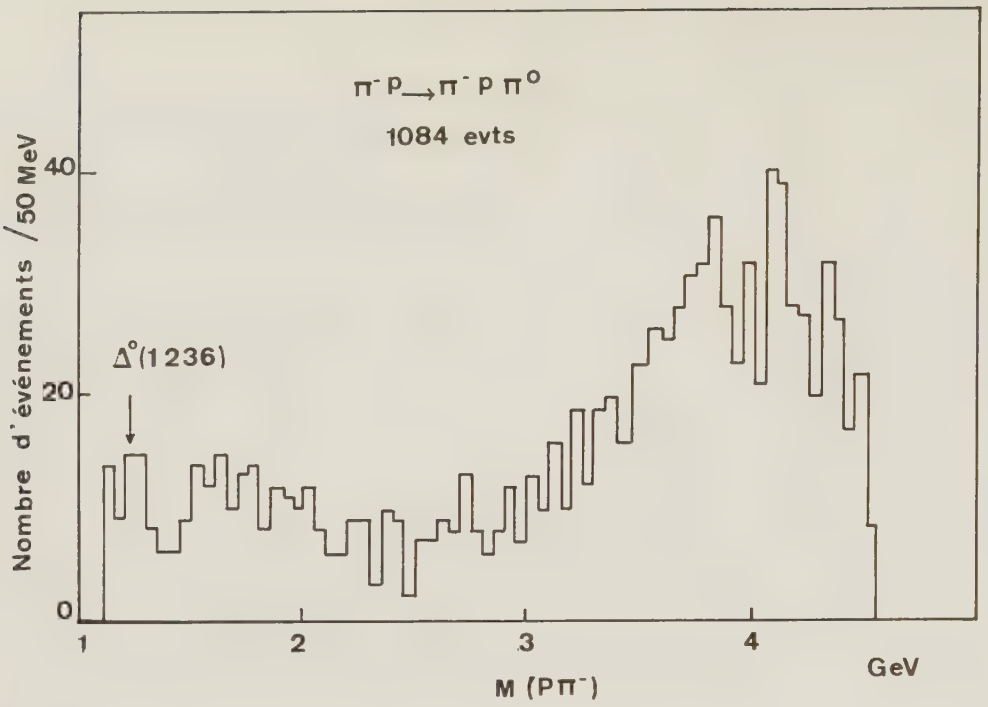


Fig. 40a : Distribution de la masse invariante $p\pi^-$.

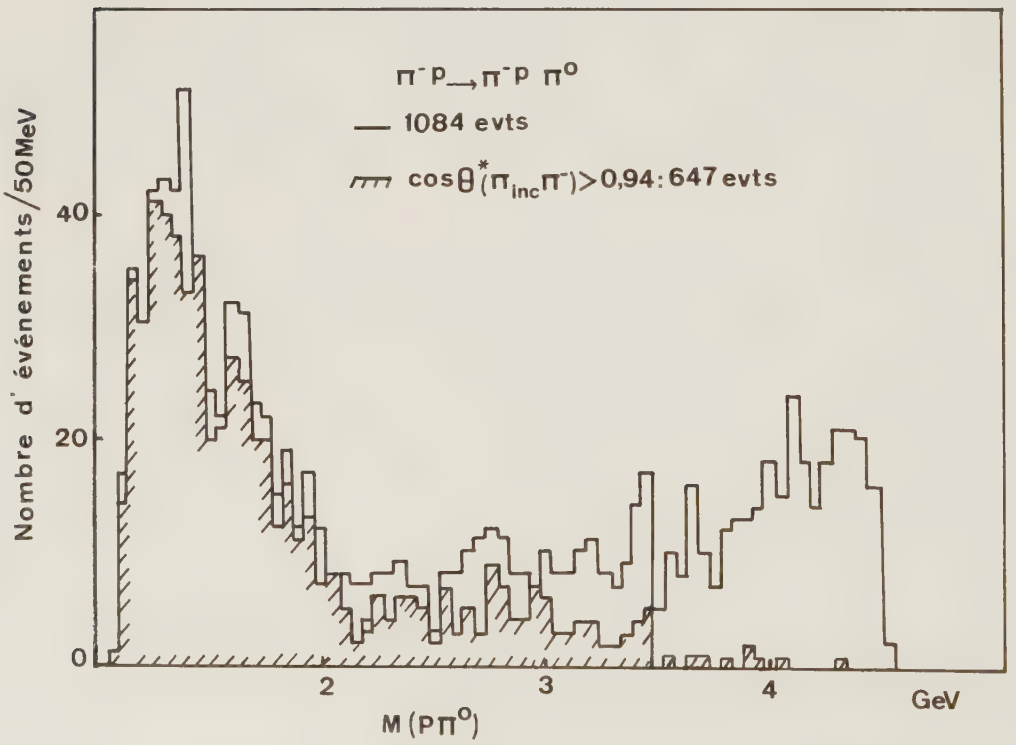


Fig. 40b : Distribution de la masse invariante $p\pi^o$. La partie hachurée correspond aux événements tels que $\cos_{CM}(\pi^-) > 0{,}94$.

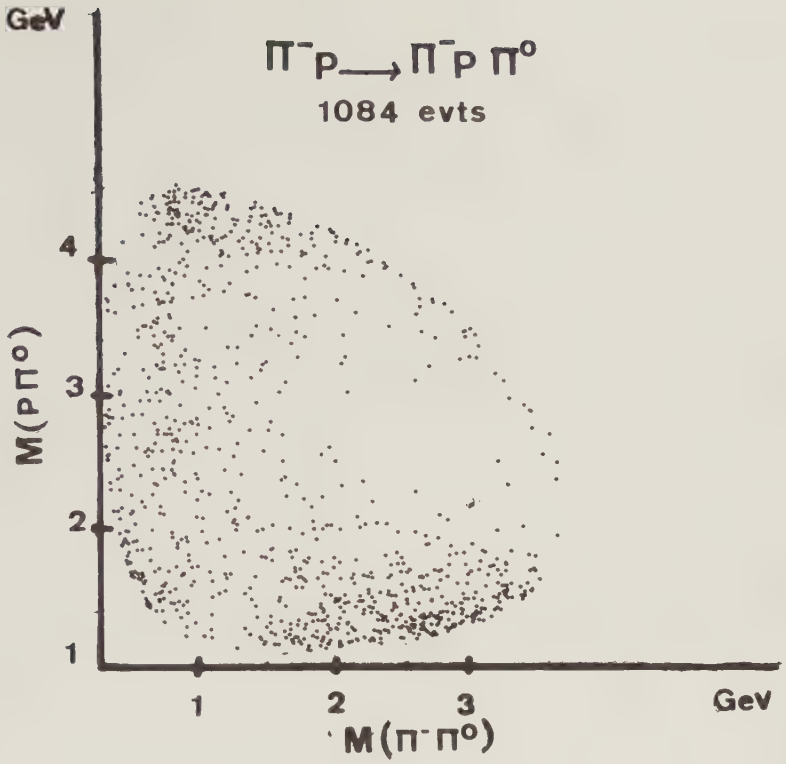


Fig. 41 : Distribution de la masse $p\pi^0$ en fonction de la masse $\pi^-\pi^0$.

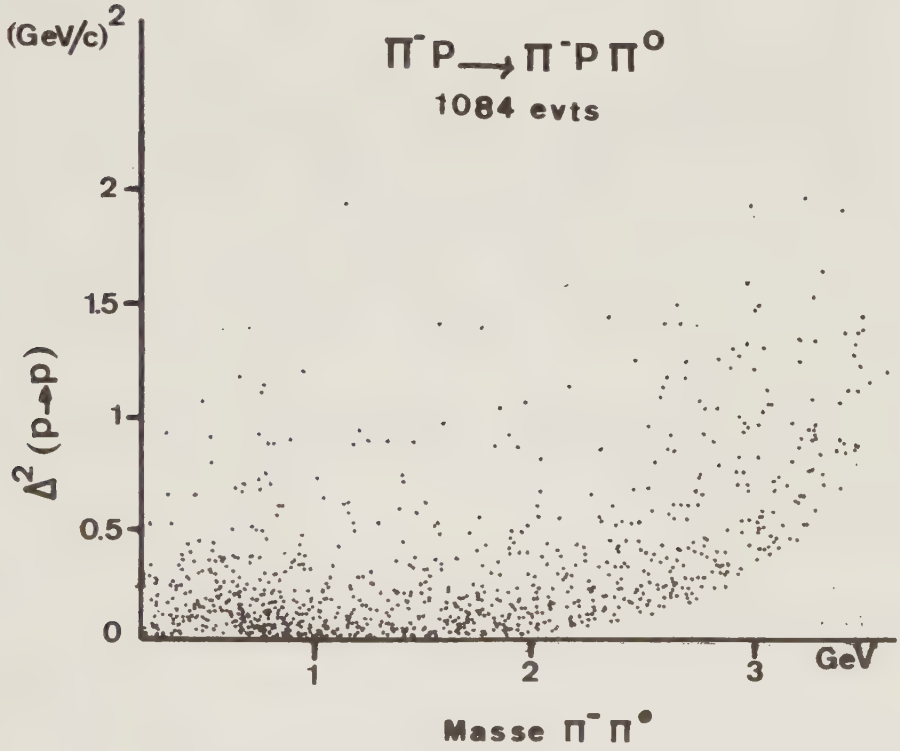


Fig. 42 : Diagramme de Chew et Low donnant le carré du quadrimoment de transfert $\Delta^2_{p\to p}$ en fonction de la masse $\pi^-\pi^0$.

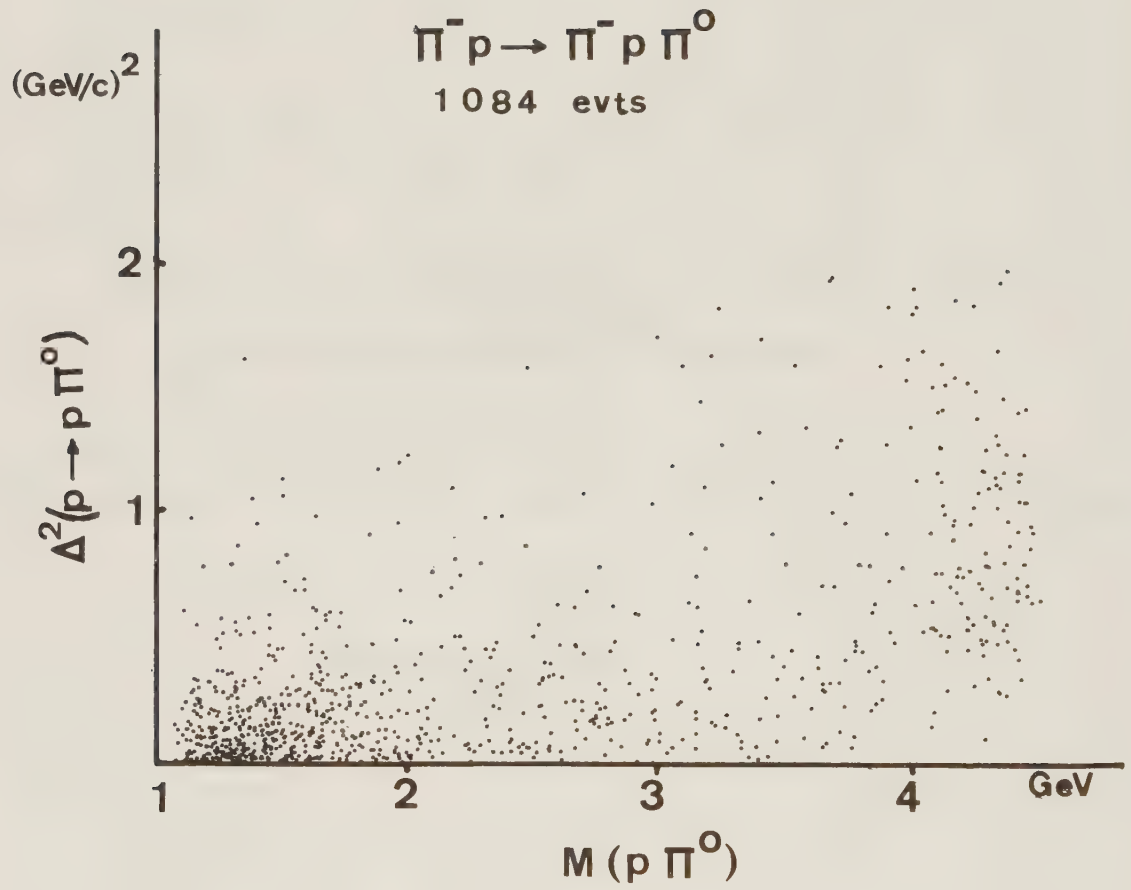


Fig. 43 : Diagramme de Chew et Low donnant $\Delta^2_{p \rightarrow p\pi^o}$ en fonction de la masse invariante $p\pi^o$.

2°) Résonances bosoniques ρ^- et g^-

Les résonances ρ^+ , ρ° , ρ^- et g^+ , g° , g^- offrent beaucoup de similitudes et on insistera sur la comparaison des résultats expérimentaux.

- Sections efficaces du ρ^- et du g^- .

Tableau récapitulatif des valeurs trouvées pour le ρ et le g dans les trois états de charge.

La masse et la largeur du ρ^- sont respectivement de 770 et 210 MeV tandis que la section efficace est de 95 ± 20 µb .

Ci-dessous est donné un tableau récapitulant les valeurs trouvées pour la masse, la largeur et la section efficace du ρ^+ , du ρ° et du ρ^- .

- Table XVI -

	ρ^+	ρ°	ρ^-
Masse (GeV)	0,78	0,77	0,77
Largeur (GeV)	0,18	0,17	0,21
σ (µb)	100 ± 20	130 ± 15	95 ± 20

Ce tableau montre que, pour la masse et la largeur, les résultats sont très voisins ; les sections efficaces sont par ailleurs du même ordre.

La section efficace du g^- est estimée à 25 ± 15 µb. Sur la table ci-dessous sont rassemblées, de même que pour les ρ les valeurs des sections efficaces trouvées pour les trois états de charge du g.

	g^+	g°	g^-
σ(µb)	25 ± 10	45 ± 10	25 ± 15

Les valeurs de la section efficace du ρ^- obtenues à différentes énergies sont reportées table XVII ci-dessous. On observe une décroissance importante de ces valeurs au fur et à mesure que l'impulsion augmente.

- Table XVII -

Impulsion (GeV/c)	2,1	2,75	4	8	11,1
σ_{ρ^-}(mb)	1,7	0,75	0,45±0,08	0,11±0,01	0,095±0,02

- Section efficace différentielle du ρ^-

Comme nous l'avons vu sur le diagramme de Chew et Low, la production du ρ^- est très périphérique ; la distribution en $\Delta^2_{p\to p}$ (fig. 44) à une forme exponentielle dans un intervalle de $\Delta^2_{p\to p}$ compris entre 0,04 et 0,2 $(GeV/c)^2$; la pente de la distribution est estimée à 8,6 ± 1,7 $(GeV/c)^{-2}$. On observe une redescente lorsque $\Delta^2_{p\to p}$ est inférieur à 0,04 $(GeV/c)^2$ due en partie, comme dans le ρ^+, à des pertes au dépouillement.

- Distributions angulaires des angles de Jackson

Pour le ρ^-, la distribution de l'angle de "scattering" (fig. 45) paraît en accord avec l'attribution de spin 1 pour cette particule. Cette distribution est similaire à celle obtenue dans le ρ^+, mais diffère de celle du ρ°, cette dernière présentant une asymétrie marquée.

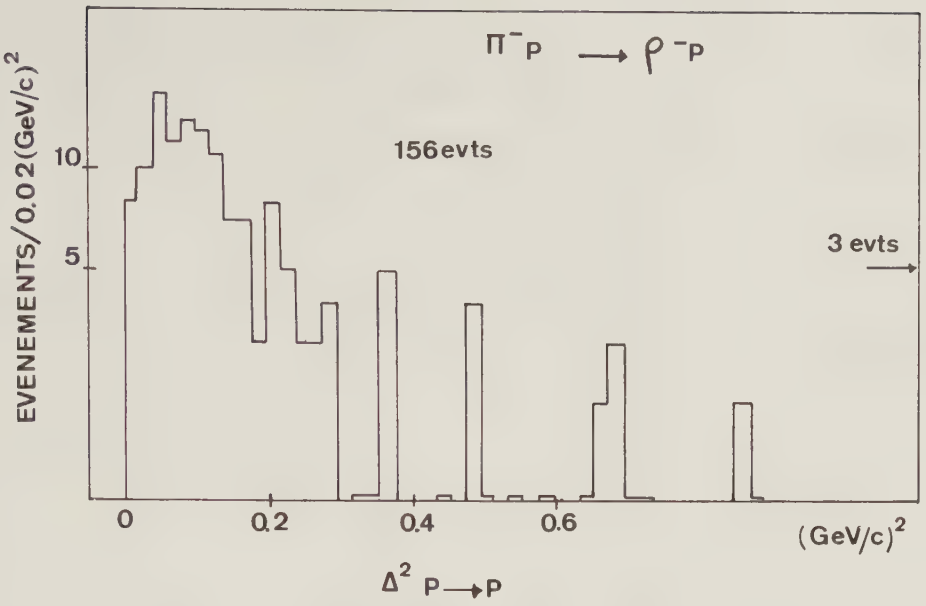


Fig. 44 : Distribution de $\Delta^2_{p\to p}$ dans la région de masse du ρ^- ($0{,}64 < M_{\pi-\pi^o} < 0{,}88$ GeV).

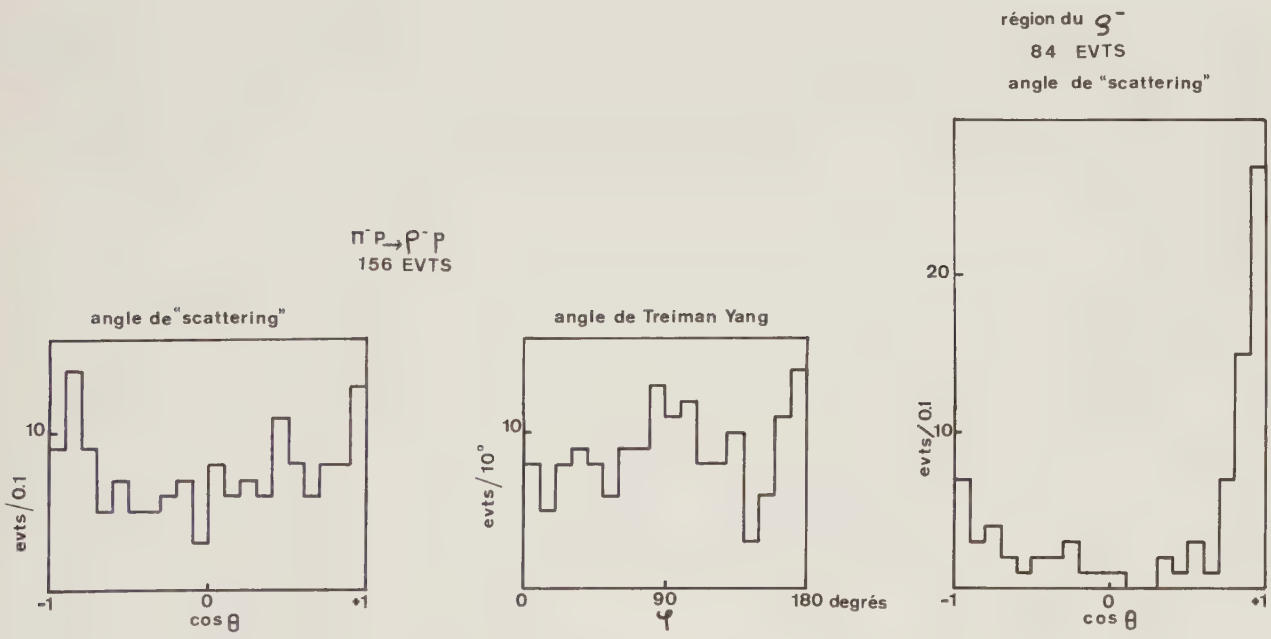


Fig. 45 : Distribution des angles de "scattering" et de Treiman Yang dans la région de masse du ρ^- . Distribution de l'angle de "scattering" dans la région de masse du g^- ($1{,}58 < M_{\pi-\pi^o} < 1{,}82$ GeV).

La distribution est très dissymétrique dans la région de masse du g^- (fig. 45) ainsi qu'à toutes les masses élevées du dipion (figs. 46a et 46b). De même que pour la réaction $n\pi^+\pi^-$, cet effet a pu être interprété à l'aide d'un modèle d'échange de pion [54].

- Eléments de la matrice densité du ρ^- :

Les valeurs de ces éléments, calculés à tout $\Delta^2_{p\to p}$ sont respectivement :

$$\rho_{00} = 0,57 \pm 0,07$$

$$\rho_{1-1} = 0,12 \pm 0,08$$

$$Re\rho_{10} = -0,03 \pm 0,08$$

Elles sont comparables à celles déterminées pour le ρ^+ (paragraphe B.I.4).

On a reporté en fig. 47 les valeurs des ρ_{ij} obtenues dans trois intervalles de $\Delta^2_{p\to p}$ ainsi que, par comparaison, les résultats de l'expérience à 8 GeV/c [11]. On n'observe pas de notables variations de ces quantités d'une impulsion à l'autre, ce qui est comme dans le cas du Δ^{++}, conforme aux prévisions données par le modèle de Regge.

- Application du formalisme d'Ader, Capdeville et Salin.

Dans un modèle de Regge, le ρ^- est produit par l'intermédiaire des quatre trajectoires du π, A_1, ω et A_2 échangées dans la réaction croisée [58]. Il est intéressant de noter que, de même que pour le ρ^+, les trajectoires de parité non naturelle interviennent de façon dominante. Le calcul d'Ader identique à celui de la réaction $\pi^+p \to \rho^+p$ donne :

$$\sigma^{\pi,A_1} = \rho_{00} + \rho_{11} - \rho_{1-1} = 0,66 \pm 0,09$$

$$\sigma^{\omega,A_2} = \rho_{11} + \rho_{1-1} = 0,34 \pm 0,09$$

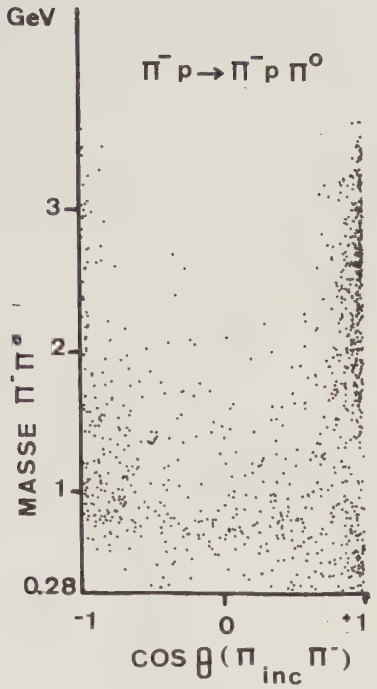


Fig. 46a : Diagramme à double entrée de l'angle de "scattering" en fonction de la masse invariante $\pi^-\pi^0$.

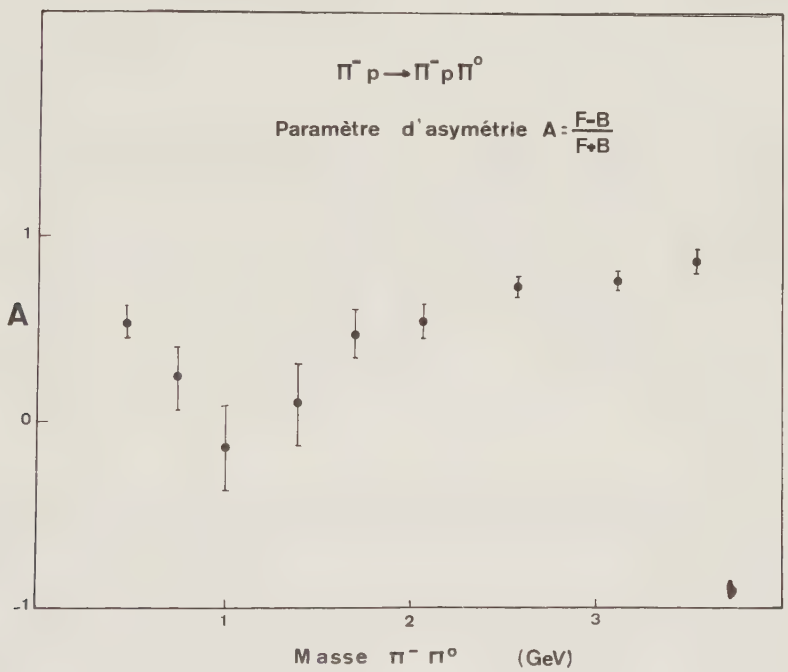


Fig. 46b : Variation du paramètre d'asymétrie $A = \frac{F-B}{F+B}$ en fonction de la masse $\pi^-\pi^0$.

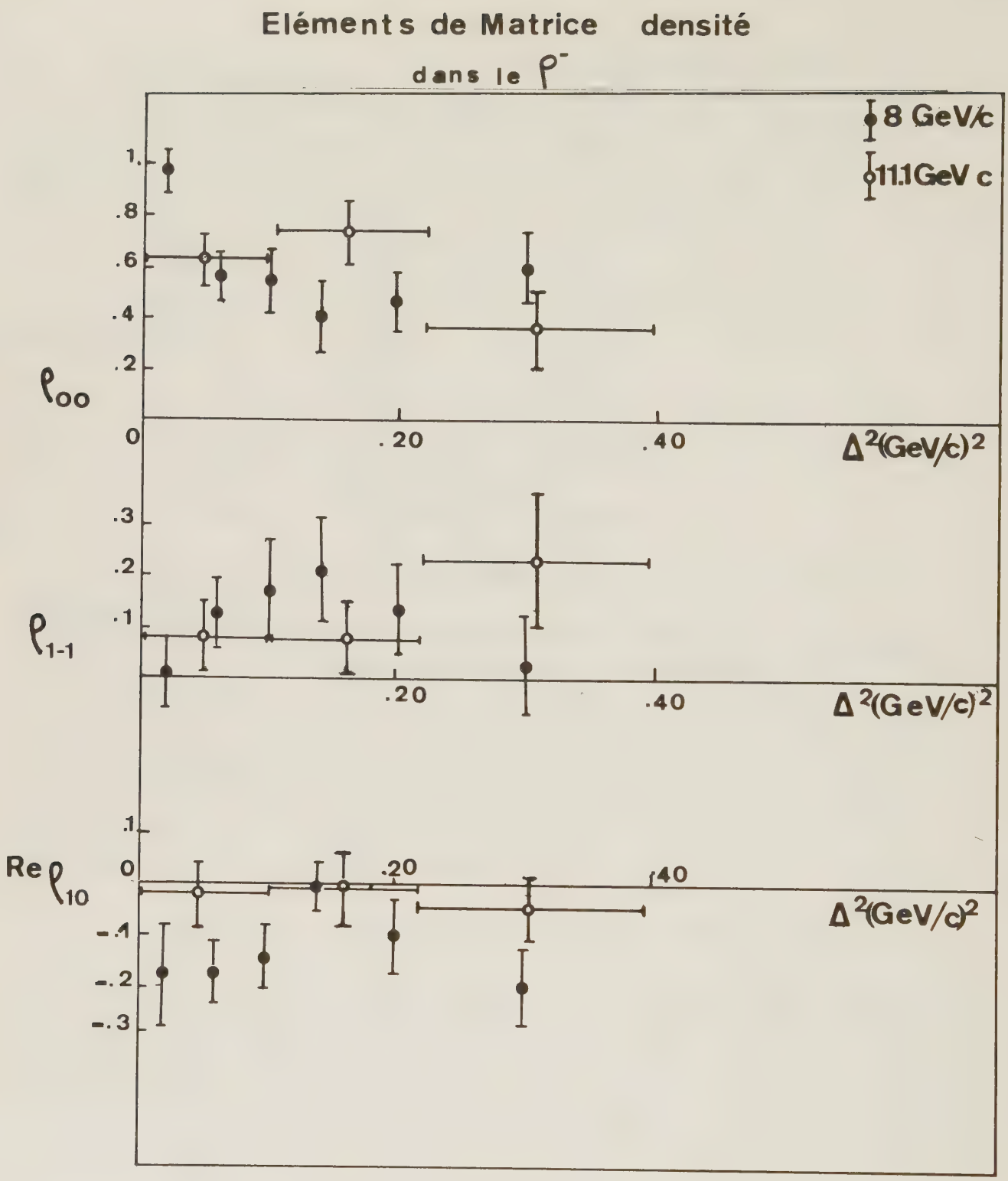


Fig. 47 : Valeurs des éléments de la matrice densité du ρ^- pour les trois intervalles de $\Delta^2_{p\to p}$ suivants : $0 < \Delta^2 < 0{,}10$, $0{,}10 < \Delta^2 < 0{,}22$ et $0{,}22 < \Delta^2 < 0{,}42$ $(GeV/c)^2$. Les résultats de l'expérience de 8 GeV/c sont également reportés.

Cette similitude était du reste à prévoir du fait des valeurs comparables obtenues pour les éléments de la matrice densité.

On a cherché de plus à voir comment varient les quantités σ^{π,A_1} et σ^{ω,A_2} en fonction du quadrimoment transféré $\Delta^2_{p\to p}$. Les résultats donnés table XVIII montrent que, si σ^{π,A_1} domine nettement à petit Δ^2, l'échange des trajectoires de parité naturelle domine par contre à grand moment de transfert.

- Table XVIII -

$\Delta^2(GeV/c)^2$ / Pourcentage	$0,<\Delta^2<0,1$	$0,1<\Delta^2<0,22$	$0,22<\Delta^2<0,42$
σ^{π,A_1}	$0,74 \pm 0,10$	$0,78 \pm 0,09$	$0,37 \pm 0,12$
σ^{ω,A_2}	$0,27 \pm 0,10$	$0,21 \pm 0,10$	$0,61 \pm 0,11$

Le ρ^- étant produit à faible $\Delta^2_{p\to p}$, ce résultat confirme donc bien la dominance de l'échange du π et du A_1 pour la production de cette particule.

3°) Spectres de masse baryoniques

On a vu qu'il existe une large accumulation d'événements à caractère diffractif, aux faibles masses du spectre $p\pi^\circ$. Comme pour le cas du $n\pi^+$ des interprétations de cette distribution ont été faites d'après le modèle de WALKER [54] et d'après le modèle multiregge [53]. L'accord est dans les deux cas très satisfaisant.

L'absence quasi complète de l'isobare $\Delta^\circ(1236)$ dans le spectre $p\pi^-$ ne peut être évidemment interprété, comme pour le $\Delta^-(1236)$ par la nécessité d'échanger un objet de charge 2. Il pourrait être produit par échange de ρ° et il n'existe pas à notre connaissance de moyens d'expliquer cette faible production.

CONCLUSION

Ce présent travail nous a permis de voir que :

- La réaction $\pi^+ p \to \pi^+ p\pi^\circ$ présente une production importante de l'isobare $\Delta^{++}(1236)$, du $\rho^+(765)$ et un faible signal dans la région du $g^+(1660)$.

- La deuxième réaction $\pi^- p \to n\pi^+\pi^-$ montre une forte production du $\rho^\circ(765)$, du $f^\circ(1260)$, ainsi qu'une nette indication du $g^\circ(1660)$. Par contre, il n'existe pas de résonance isobarique Δ^+ et Δ^- .

- Le $\rho^-(765)$ est le principal objet observé dans le canal $\pi^- p \to \pi^- p\pi^\circ$.

En outre de larges accumulations d'événements, de type diffractif, existent dans les spectres de masse $p\pi^\circ$ et $n\pi^+$ de ces trois réactions.

L'évaluation des sections efficaces montre, si on excepte les accumulations d'événements à caractère diffractif, une décroissance des valeurs obtenues lorsque l'impulsion incidente augmente.

Les sections efficaces différentielles des canaux à quasi deux corps indiquent, de façon systématique, que la production des résonances est très périphérique. Elles confirment généralement les structures particulières observées dans d'autres expériences, telles que des minimums à certaines valeurs du quadrimoment transféré.

L'étude de certaines distributions angulaires dans les résonances conduit aux conclusions suivantes :

- Pour l'isobare Δ^{++} , un désaccord relatif à notre énergie avec les prédictions de la dominance du couplage dipolaire magnétique M_1 .

- Pour les réactions $\pi^- p \to \rho^0 n$ et $\pi^\pm p \to \rho^\pm p$, les distributions des angles de "scattering" sont compatibles avec l'attribution de spin 1 pour les ρ chargés ; par contre une certaines asymétrie, bien connue à plus basse énergie, est observée dans le ρ^0.

L'application du modèle de Regge à la réaction $\pi^+ p \to \pi^0 \Delta^{++}$ montre, si on excepte l'expérience à 2,67 GeV/c, un bon accord avec la dépendance en énergie des sections efficaces différentielles. En outre la dépendance en quadrimoment transféré est généralement satisfaisante avec le choix de la paramétrisation des résidus adopté. Les valeurs des éléments de la matrice densité (sauf $Re\rho_{3-1}$ à 11,6 GeV/c) sont en bon accord ; en particulier, les prédictions du modèle sur la presque indépendance de ces éléments avec l'énergie sont assez bien vérifiées. Par contre, l'introduction supplémentaire de la dominance du couplage M_1 conduit à des résultats moins satisfaisants, principalement à haute énergie et faible quadrimoment transféré.

APPENDICE

Liste des données expérimentales utilisées pour l'ajustement du modèle des poles de Regge. (Paragraphe B.I.3)

Sections efficaces différentielles

Impulsion (GeV/c)	$-t$ $(GeV/c)^2$	$\frac{d\sigma}{dt}$ $mb/(GeV/c)^2$	$\Delta\frac{d\sigma}{dt}$ $mb/(GeV/c)^2$
2,67	0,04	1,9	0,2
	0,09	1,7	0,3
	0,15	1,1	0,2
	0,25	0,6	0,1
	0,35	0,17	0,05
	0,45	0,08	0,03
	0,60	0,02	0,01
	0,80	0,10	0,02
	1,0	0,20	0,05
	1,2	0,10	0,02
	1,4	0,15	0,04
	1,6	0,08	0,03
	1,8	0,07	0,03
	2,15	0,045	0,02
	2,55	0,044	0,02
	2,90	0,044	0,015
	3,2	0,08	0,028
	3,4	0,13	0,03
	3,6	0,085	0,025
3,4	0,04	1,15	0,22
	0,09	1,3	0,25
	0,15	0,87	0,13
	0,25	0,37	0,07
	0,35	0,20	0,05
	0,45	0,07	0,04
	0,60	0,05	0,03
	0,80	0,15	0,03
	1,0	0,11	0,025
	1,2	0,13	0,03
	1,4	0,095	0,02
	1,6	0,063	0,02
	1,85	0,03	0,01
4	0,02	0,80	0,16
	0,06	1,55	0,20
	0,1	0,83	0,18
	0,14	0,69	0,14
	0,18	0,67	0,12
	0,22	0,51	0,13
	0,26	0,41	0,12
	0,30	0,27	0,10
	0,40	0,044	0,023
	0,50	0,034	0,018
	0,64	0,06	0,025

Impulsion (GeV/c)	$-t$ $(GeV/c)^2$	$\frac{d\sigma}{dt}$ $mb/(GeV/c)^2$	$\Delta\frac{d\sigma}{dt}$ $mb/(GeV/c)^2$
5	0,008	0,60	0,14
	0,025	0,69	0,12
	0,05	0,70	0,12
	0,067	1,30	0,20
	0,085	0,81	0,14
	0,105	0,67	0,13
	0,125	0,74	0,12
	0,145	0,68	0,13
	0,18	0,43	0,07
	0,25	0,23	0,03
	0,40	0,034	0,01
	0,60	0,006	0,003
	0,80	0,017	0,007
	1,0	0,017	0,007
	1,2	0,03	0,01
	1,45	0,013	0,005
8	0,01	0,54	0,09
	0,03	0,38	0,07
	0,05	0,38	0,07
	0,07	0,54	0,09
	0,09	0,43	0,09
	0,12	0,35	0,06
	0,16	0,20	0,04
	0,20	0,15	0,03
	0,24	0,17	0,04
	0,28	0,125	0,035
	0,35	0,04	0,015
	0,45	0,022	0,01
	0,60	0,008	0,004
	0,80	0,008	0,004
	1,05	0,004	0,002
	1,35	0,004	0,002
11,6	0,02	0,38	0,07
	0,06	0,35	0,07
	0,10	0,35	0,07
	0,14	0,22	0,06
	0,19	0,10	0,035
	0,26	0,09	0,025
	0,34	0,034	0,015
	0,45	0,008	0,005
	0,93	0,004	0,002

Eléments de la matrice densité

Impulsion (GeV/c)	$-t$ $(GeV/c)^2$	ρ_{33}	$\Delta\rho_{33}$	$Re\rho_{31}$	$\Delta(Re\rho_{31})$	$Re\rho_{3-1}$	$\Delta(Re\rho_{3-1})$
2,67	0,05	0,28	0,06	-0,03	0,06	0,2	0,07
	0,15	0,27	0,065	0,01	0,07	0,14	0,07
	0,25	0,21	0,1	-0,015	0,1	0,2	0,09
	0,35	0,48	0,08	-0,16	0,16	0,27	0,18
	0,55	0,58	0,13	0,07	0,17	-0,01	0,2
	0,8	0,38	0,11	-0,35	0,12	-0,02	0,15
	0,95	0,26	0,12	0,09	0,11	0,05	0,11
3,4	0,023	0,28	0,08				
	0,04			-0,022	0,07	0,145	0,05
	0,08	0,19	0,08				
	0,14	0,44	0,05	-0,155	0,05	0,35	0,07
	0,25	0,42	0,08	0,05	0,06	0,38	0,08
	0,37	0,40	0,08	-0,1	0,09	0,25	0,08
	0,55	0,22	0,20	0,02	0,1	0,23	0,10
	0,77	0,45	0,08	-0,05	0,08	0,20	0,10
	1,0	0,48	0,07	0,07	0,09	0,38	0,09
4	0,04	0,19	0,12	-0,15	0,11	0,19	0,12
	0,10	0,34	0,11	-0,08	0,11	0,17	0,10
	0,20	0,41	0,09	0,11	0,10	0,20	0,10
8	0,03	0,15	0,1	-0,05	0,11	0,02	0,1
	0,1	0,26	0,08	-0,07	0,07	0,07	0,1
	0,2	0,18	0,13	0,05	0,08	0,2	0,1
11,6	0,03	0,20	0,06	-0,05	0,06	0,04	0,06
	0,10	0,22	0,06	0,03	0,06	0,18	0,06
	0,20	0,31	0,065	0,04	0,06	0,04	0,07

REFERENCES

[1] H. LENGELER,
Rapport CERN TC Beam 65-4.

[2] C. KOCHOWSKI,
Thèse d'Etat, Orsay 1968, Rapport CEA-R-3468.

[3] Programming for HPD and other flying Spot Devices, Rapport CERN 63-34, Paris ;

Programming for flying Spot Devices, Rapport CERN 65-11, Bologne.

1967 Intern. Conf. on Programming for flying Spot Devices, Munich ;

[4] P. SCHILLING
Thèse, Hambourg 1970.

[5] W. GALBRAITH, E.W. JENKINS, T.F. KYCIA, B.A. LEONTIC, R.H. PHILLIPS, A.L. READ, R. RUBINSTEIN,
Phys. Rev. 138, B913 (1965).

[6] K.J. FOLEY, R.S. JONES, S.J. LINDENBAUM, W.A. LOVE, S. OZAKI, E.D. PLATNER, C.A. QUARLES, E.H. WILLEN,
Phys. Rev. Letters 19, 330 (1967).

[7] Collaboration SACLAY-ORSAY-BARI-BOLOGNE,
Nuovo Cimento 29, 515 (1963).

[8] E. WEST, J.H. BOYD, A.R. ERWIN, W.D. WALKER,
Phys. Rev. 149, 1089 (1966).

[9] Collaboration SACLAY-ORSAY-BARI-BOLOGNE,
Nuovo Cimento 35, 713 (1965).

[10] Collaboration AIX LA CHAPELLE-BIRMINGHAM-BONN-HAMBOURG-LONDRES (I.C.)-MUNICH,
Nuovo Cimento 31, 729 (1964).

[11] J.A. POIRIER, N.N. BISWAS, N.M. CASON, I. DERADO, V.P. KENNEY, W.D. SHEPHARD, E.H. SYNN, H. YUTA, W. SELOVE, R. EHRLICH, A.L. BAKER,
Phys. Rev. 163, 1462 (1967).

[12] G. BELLINI, B. DAUGERAS, D. FOURNIER, J. HENNESSY, A. LLORET, H.J. LUBATTI, J. SIX, J.J. VEILLET, M. DI CORATO, E. FIORINI, K. MORIYASU, P. NEGRI, M. ROLLIER, H.H. BINGHAM, B. EQUER, C.W. FARWELL, W.B. FRETTER,
Nuovo Cimento 53A, 798 (1968).

[13] P. DARONIAN, A. DAUDIN, M.A. JABIOL, C. LEWIN, C. KOCHOWSKI, B. GHIDINI, S. MONGELLI, V. PICCIARELLI,
Nuovo Cimento 41A, 503 (1966).

[14] F.E. JAMES, H.L. KRAYBILL,
Phys. Rev. 142, 896 (1966).

[15] N. ARMENISE, B. GHIDINI, S. MONGELLI, A. ROMANO, P. WALOSCHEK, J. LABERRIGUE-FROLOW, NGUYEN-HUU-KHANH, C. OUANNES, M. SENE, L. VIGNERON,
Phys.Letters 13, 341 (1964).

[16] M. ABOLINS, D.D. CARMONY, DUONG-N HOA, R.L. LANDER, C. RINDFLEISCH, NGUYEN HUU XUONG,
Phys. Rev. 136, B195 (1964).

[17] Collaboration AIX LA CHAPELLE-BERLIN-BIRMINGHAM-BONN-HAMBOURG-LONDRES(I.C.)-MUNICH,
a) Nuovo Cimento 34, 495 (1964) ,
b) Phys. Rev. 138,B897 (1965).

Les valeurs de la section efficace différentielle à 4 GeV/c utilisées dans l'ajustement du modèle de Regge sont celles de la réf. [17b] multipliées par 1,13 (réf. [27]).

[18] Collaboration DURHAM-ECOLE POLYTECHNIQUE-NIMEGUE-TURIN,
A paraître.
Les valeurs de $\frac{d\sigma}{dt}$ à 5 GeV/c nous ont
été données par VAN DER HAGEN (communication privée).

[19] Collaboration AIX LA CHAPELLE-BERLIN-CERN,
a) Phys. Letters 19, 608 (1965) ;
b) Rapport CERN/DPhII/Physics 68-20.

[20] D. HARTING, P. BLACKALL, B. ELSNER, A.C. HELMHOLZ, W.C. MIDDELKOOP, B. POWELL, B. ZACHAROV, P. ZANELLA, P. DALPIAZ, M.N. FOCACCI, S. FOCARDI, G. GIACOMELLI, L. MONARI, J.A. BEANEY, R.A. DONALD, P. MASON, L.W. JONES, D.O. CALDWELL,
Nuovo Cimento 38, 60 (1965).

[21] XIVème Conférence sur la Physique des Hautes Energies,
Vienne (1968), p. 332.

[22] J. GINESTET, D. MANESSE, TRAN HA ANH, D. VIGNAUD,
Nuclear Phys. B13, 283 (1969).

[23] J.D. JACKSON,
Nuovo Cimento 34, 1644 (1964).

[24] G. GIDAL, G. BORREANI, D. GRETHER, F. LOTT, R.W. BIRGE, S.Y. FUNG, W. JACKSON, R. POE,
Phys. Rev. Letters 23, 994 (1969).
Cet article porte sur six expériences faites aux impulsions incidentes de 2,67 ; 2,95 ; 3,2 ; 3,51 ; 3,74 ; 4,08 GeV/c. Les données sur les $\frac{d\sigma}{dt}$ et les ρ_{ij} utilisées dans le modèle de Regge sont celles de 2,67 GeV/c, et des valeurs moyennes sur les cinq autres impulsions. Dans ce dernier cas l'impulsion moyenne est estimée à 3,4 GeV/c (G.GIDAL : communication privée). Une valeur précise de cette impulsion serait la bienvenue.

[25] Ecole d'été de Bad Kreuznach, Rapport CERN 65-24, Vol. I (1965).

[26] P. MINNAERT,
Phys. Rev. 151, 1306 (1966).

[27] M. KRAMMER, U. MAOR,
Nuovo Cimento 50, 963 (1967).

[28] L. STODOLSKI, J.J. SAKURAI,
Phys. Rev. Letters 11, 90 (1963).

[29] R.D. MATHEWS,
Nuclear Phys. B11, 339 (1969).

[30] A. BIALAS, K. ZALEWSKI,
Nuclear Phys. B6, 465 (1968).

[31] G. COHEN TANNOUDJI, Ph. SALIN, A. MOREL,
Nuovo Cimento 55, 412 (1968).

[32] A. DEREM, J.P. DE BRION,
Note CEA N-1373 (1970).

[33] G.H. RENNINGER, V.K.L. SARMA,
Phys. Rev. 178, 2201 (1969).

[34] R.L. THEWS,
Phys. Rev. 155, 1624 (1967).

[35] G.C. SHEPPEY,
Rapport CERN 68-5 (1968).

[36] G.A. RINGLAND, R.L. THEWS,
Phys. Rev. 170, 1569 (1968).

[37] J.D. JACKSON, G.E. HITE,
Phys. Rev. 169, 1248 (1968).

[38] P. MINNAERT,
Phys. Rev. Letters 16, 672 (1966).

[39] J.P. ADER, M. CAPDEVILLE, G. COHEN TANNOUDJI, Ph. SALIN,
Nuovo Cimento 56A, 952 (1968).

[40] J.D. JACKSON, J.T. DONOHUE, K. GOTTFRIED, R. KEYSER, B.E.Y. SVENSSON,
Phys. Rev. 139, 428 (1965).

[41] W.D. WALKER, M.A. THOMPSON, W.J. ROBERTSON, B.Y. OH, Y.Y. LEE, R.W. HARTUNG, A.F. GARFINKEL, A.R. ERWIN, J.L. DAVIS,
Phys. Rev. Letters 20, 133 (1968).

[42] CHAN HONG MO, J. LOSKIEWICZ, W.W.M. ALLISON,
Nuovo Cimento 57A, 93 (1968).

[43] Conférence d'Oxford sur les particules élémentaires,
Septembre 1965, suppl. p. 31.

[44] Collaboration BOLOGNE-BARI-FLORENCE-ORSAY-SACLAY,
Phys. Letters 19, 65 (1965).

[45] G. De ROSNY,
Thèse d'Etat, Ecole Polytechnique (1966).

[46] Y.Y. LEE, B.P. ROE, D. SINCLAIR, J.C. VANDER VELDE,
Phys. Rev. Letters 12, 342 (1964).

[47] N.N. BISWAS, N.M. CASON, I. DERADO, V.P. KENNEY, J.A. POIRIER, W.D. SHEPHARD,
Phys. Rev. Letters 18, 273 (1967).

[48] C. CASO, F. CONTE, P. BENZ, D. CORDS, P. SCHILLING, L. CASE, M.L. FACCINI, L. MANDELLI, S. RATTI, G. VEGNI, C. BESLIU, P. DARONIAN, A. DAUDIN, B. GANDOIS, C. KOCHOWSKI, M.A. JABIOL, C. LEWIN, L. MOSCA,
Nuovo Cimento 62A, 755 (1969).

[49] G. COHEN TANNOUDJI, A. MOREL, H. NAVELET,
Nuovo Cimento 48A, 1075 (1967).

[50] J.M. DROUFFE,
Communication privée.

[51] Proc. of the XIII Intern. Conf. on High Energy Physics,
Berkeley (1966) p. 130.

[52] V. HAGOPIAN, W. SELOVE, J. ALITTI, J.P. BATON, M. NEVEU-RENE,
Phys. Rev. 145, 1128 (1966).

[53] C. CASO, F. CONTE, G. TOMASINI, E. BASSLER, D. CORDS, G. DREWS,
P. VON HANDEL, H. NAGEL, P. SHILLING, L. CASE, L. MANDELLI,
S. RATTI, G. VEGNI, P. DARONIAN, A. DAUDIN, B. GANDOIS, L. MOSCA,
Nuovo Cimento 66, 11 (1970).

[54] C. CASO, F. CONTE, G. TOMASINI, E. BASSLER, D. CORDS, G. DREWS,
P. VON HANDEL, H. NAGEL, P. SHILLING, L. CASE, L. MANDELLI,
S. RATTI, G. VEGNI, P. DARONIAN, A. DAUDIN, B. GANDOIS, L. MOSCA,
A paraître dans Nuovo Cimento.

[55] J.P. DE BRION, C. LEWIN, à paraître dans Nuclear Physics.
L'échange du ρ' a été considéré comme un terme correctif et, d'après l'hypothèse de la dominance de M_1, a été introduit dans l'amplitude B uniquement. La forme de $B_{\rho'}$ est identique à celle de B_ρ et la seule différence porte sur la trajectoire; celle du ρ' a pour expression :

$$\alpha_{\rho'} = 1{,}17\ t + 0{,}01 \qquad [32] \ .$$

[56] Proc. of the Heidelberg Intern. Conf. on Elementary Particles,
(1967), BERTOCCHI p. 215.

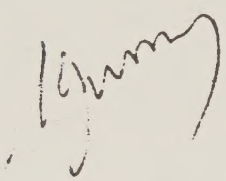
[57] G. COHEN TANNOUDJI,
"Introduction aux pôles de Regge". Ecole de Gif-sur-Yvette.
Septembre 1969.

[58] LING LIE WANG,
Phys. Rev. 153, 1664 (1967).

[59] M. JACOB, G.C. WICK,
Annals of Phys. 7, 404 (1959).

Manuscrit reçu le 5 octobre 1971

Vu et approuvé

ORSAY, le 15 février 1971

Le Président de l'Université